VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Určení míry rizika portfolia finanční instituce

Risk assesment for the portfolio of financial institution

Student: Bc. Zuzana Kmeťová

Vedoucí diplomové práce: Ing. Tomáš Tichý, Ph.D.

Ostrava 2010

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Ekonomická fakulta
Katedra financí

Zadání diplomové práce

Student:	**Bc. Zuzana Kmeťová**
Studijní program:	N6202 Hospodářská politika a správa
Studijní obor:	6202T010 Finance
Specializace:	00 Finance
Téma:	Určení míry rizika portfolia finanční instituce Risk assesment for the portfolio of financial institution

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
2. Klasifikace finančních rizik
3. Metody řízení finančních rizik
4. Vyčíslení míry rizika portfolia vybrané finanční instituce
5. Závěr

Seznam použité literatury
Seznam zkratek
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

HULL, J.C. *Risk Management and Financial Institutions*. 1st. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2007. 500 p. ISBN 0-13-239790-0.
JORION, P. *Financial Risk Management Handbook*. 3rd ed. New York: Wiley, 2005. 768p. ISBN 0-471-97621-0
JORION, P. *Value at Risk*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2007. 602p. ISBN 978-0-07-146495-6.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Tomáš Tichý, Ph.D.**

Datum zadání: 20.11.2009
Datum odevzdání: 30.04.2010

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ-TECHNICKÁ UNIVERZITA Ekonomická fakulta OSTRAVA 1

Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová
děkanka fakulty

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedla v ní všechny použité literární a jiné odborné zdroje.

V Ostravě 29.dubna 2010 ………………………..

podpis

Na tomto místě bych ráda poděkovala Ing. Tomáši Tichému, Ph.D za cenné připomínky a odborné rady, kterými přispěl k vypracování této diplomové práce.

Obsah

1 Úvod

Adekvátní řízení rizik je považováno za stěžejní zájmy každé instituce. Identifikace a správné vyhodnocení dílčích rizik se proto stává velmi důležitým a předurčujícím aspektem pro aktuální, ale i budoucí plynulý a bezproblémový chod bankovní, pojišťovací či jiné finanční instituce.

Ať už se jedná o banku nebo pojišťovnu, stěžejní částí řízení rizik je zpravidla jejich vyhodnocování. Tímto a dalšími úkoly je v konkrétní instituci pověřena skupina odborníků na finanční rizika, oddělení risk managementu. Oddělení řízení rizik se snaží daná rizika vyhledat, správně specifikovat, průběžně kontrolovat, avšak zejména vhodně je eliminovat.

Samotná existence finančních rizik je úzce spjata s řadou legislativních, regulatorních, ale i dalších pravidel, která jsou pro daný trh a instituce závazná. Vychází to z potřebné stability, bezpečnosti, ale i důvěryhodnosti institucí, které v konkrétním regionu působí. Regulace v bankovnictví je v současné době ošetřena dopracovanou Basilejskou kapitálovou dohodou (Basel II), oblast pojišťovnictví je řízena Lamfussyho legislativním procesem (Solvency II). Obě dohody, Basel II i Solvency II, jsou zaměřeny na cílené řízení zásadních rizik, kterým jsou instituce ve zmíněných oblastech vystaveny. Řeší zejména celkovou harmonizaci finančních trhů, přednostně tržní riziko, ale i kvantitativní a kvalitativní požadavky na kapitál institucí.

Předmětem diplomové práce je objasnění a implementace platných regulačních opatření v rámci tržního rizika jak v bankovním, tak i pojišťovacím odvětví. Konkrétně je aplikována část legislativy zabývající se řízením rizika obchodního portfolia v bankovnictví, jakož i regulace úrovně minimálních a solventnostních kapitálových požadavků v rámci pojišťovnictví. Cílem práce je, na bázi vybraných metod měření rizika, vyčíslit míru a dopad tržního rizika na bankovní a pojišťovací instituci. K vyčíslení kritérií míry rizika, konkrétně Value at Risk a Expected Shortfall, jakož i pomocných výpočtů, je použito, jak MS Excelu, tak i programu Wolfram Mathematica, verze 7.0.

Diplomová práce je členěna do dvou částí – část teoretickou a část praktickou. Podstatou první kapitoly teoretické části je vhodná klasifikace finančních rizik v rámci bankovnictví a pojišťovnictví, nastínění stěžejních parametrů, kterými je možno riziko zhodnotit, ale také možnosti sestavování efektivních portfolií. Poté je popsána metodika vybraných pravděpodobnostních rozdělení aktiv.

Druhá kapitola teoretické části je zaměřena na metody řízení finančních rizik z pohledu obou finančních institucí, zejména na specifické znaky koncepce Basel II a jí inspirované Solvency II. V části této kapitoly je popsáno také rozdělení vybraných náhodných procesů, kterými je řízen vývoj veličin finančního charakteru, ale i jednotlivé možnosti měření rizika. Z více pohledů je v práci rozebráno kritérium Value at Risk, Expected Shortfall, ale i alternativní metody měření rizika.

Praktická část diplomové práce je zaměřena na výpočet míry rizika bankovní a pojišťovací instituce při možnostech investování do dílčích portfolií. Nejdříve jsou na New Yorské burze vybrány vhodné akciové tituly, na základě nichž jsou dle Markowitzova přístupu sestavena jednotlivá efektivní portfolia. Následně je predikován vývoj výnosů dílčích portfolií pomocí vhodných procesů, konkrétně aritmetického Brownova a Studentova procesu, a na bázi kritérií Value at Risk a Expected Shortfall je poté vyčísleno riziko dílčích portfolií jednotlivých institucí při regulátorem stanovených hladinách pravděpodobnosti ztráty. V rámci obou kritérií je použito simulační metody Monte Carlo a metody analytické, nakonec jsou obě metody srovnány s důrazem na použití daného procesu.

2 Klasifikace finančních rizik

Mezi důležité funkce finanční instituce patří tzv. přijímání rizika, neboť lidé zabývající se řízením těchto rizik v dané instituci by je měli být schopni správně identifikovat a také především řídit. Cenou za přijetí rizika je určitý výnos, popř. prémie, která je poskytnuta ze strany klienta dané finanční instituce. Tato část obchodu (tzn. i prémie s ní spojené) je pro finanční instituce typickým výnosem.

Pro finanční instituce a zejména pro oddělení risk managementu je stěžejní především měření, resp. správné vyhodnocení finančních rizik. Jinými slovy cílem řízení daných rizik je zajištění instituce proti ztrátám, jakož i ekonomickým a tržním změnám.

V následujících podkapitolách budou uvedena finanční rizika, kterými jsou ohroženy jak bankovní tak pojišťovací instituce, ale také základní parametry, kterými je možné daná rizika měřit. Budou také popsány vybrané finanční modely, které jsou vhodné k sestavení efektivních portfolií, dále bude uvedena metodika rozdělení pravděpodobností aktiv.

2.1 Finanční rizika v oblasti bankovnictví

V této části kapitoly jsou specifikována základní finanční rizika, jimiž jsou bankovní instituce vystaveny. Zahrnujeme zde riziko tržní, úvěrové, operační, obchodní a riziko likvidní.

2.1.1 Tržní riziko

Tržním rizikem zpravidla vzniká riziko neočekávané ztráty finančních institucí v důsledku změn cen finančních instrumentů, tzn. změn tržních cen jednotlivých druhů aktiv (např. akcií), nebo z důvodu posunu úrokových sazeb. To má v konečné fázi za následek změnu ceny dluhopisů, měnových kurzů, cen komodit či finančních derivátů.

Tržní riziko v sobě zahrnuje 4 kategorie rizik, konkrétně:

- *riziko úrokové* – riziko vyplývající z posunu úrokových sazeb,
- *riziko akciové* – riziko změny tržní ceny jednotlivých akciových titulů,
- *riziko měnových kurzů* – týká se především změn kurzů zahraniční měny,
- *riziko komoditní* – riziko spojené se změnou cen komodit.

Další možnou kategorií tržního rizika je riziko opční, které vyplývá ze změn cen opcí; tyto finanční instrumenty jsou vyčleněny zvlášť, neboť mají nelineární závislost na podkladovém aktivu.

2.1.2 Úvěrové riziko

Riziko vyplývající z nedostání závazků obchodního partnera v určitém objemu a čase a tím způsobené držiteli pohledávky ztrátu. Tento typ závazků vzniká zpravidla z úvěrových, obchodních či investičních aktivit, z platebního styku apod.

Úvěrové riziko bývá členěno dále na kategorie úvěrového rizika a to na přímé úvěrové riziko, riziko úvěrových ekvivalentů, vypořádací riziko a riziko úvěrové angažovanosti.

Důležitou součástí úvěrového rizika je také tzv. úvěrové hodnocení, neboli rating. Kupř., určení ratingu banky podle tzv. „Bank Financial Strength Rating“ (BFSR) společnosti Moody´s je založeno na ohodnocení vnitřní finanční síle finanční instituce v celosvětovém srovnání s ostatními na trhu. Hodnocení je sledováno na základě stupnice ze 13ti bodů, konkrétně A až E (včetně kvalifikátorů „plus“ a „minus“). Přičemž lze rozlišit pět hlavních faktorů, které jsou při určování hodnoty stěžejní – mezi ně patří hodnota frančízy, rizikové umístění, regulační a provozní prostředí a také finanční možnosti. Moody´s hodnocení je převedeno do tzv. „Baseline úvěrového hodnocení“ (BCA), jak je patrné z tabulky (2.1).

BFSR	BCA
A	Aaa
A-	Aa1
B+	Aa2
B	Aa3
B-	A1
C+	A2
C	A3
C-	Baa1-Baa2
D+	Baa3-Ba1
D	Ba2
D-	Ba3
E+	B1-B3
E	Caa1-Ca

Tabulka 2.1 Rating bank na základě BFSR a BCA

Zdroj:www.moodys.com/cust/content/Content.ashx?source=StaticContent/Free%20Pages/Products%20and%20 Services/Static%20Projects/GBRM/pdf/Global_Bank_Rating_Methodology-Brochure.pdf

Zlepšení ratingového ohodnocení v BCA lze obecně docílit redukcí úvěrového rizika dané finanční instituce.

2.1.3 Operační riziko

Řízení operačních rizik je v posledních letech věnována stále větší pozornost řídících a kontrolních pracovníků. Přitom i v minulosti se již lidé potýkali se selháním procesů, pracovníků či nepříliš spolehlivými technologiemi. Řízení tohoto rizika je tedy nedílnou součástí celého procesu risk managementu. Důsledné řízení operačních rizik by mělo vést k minimalizaci běžných provozních ztrát, které by mohly vyústit ve finančně náročné problémy. Kvalitní řízení těchto rizik zvyšuje schopnost instituce dosáhnout vytyčených strategických cílů.

Operační riziko je sice definováno jako riziko přímých nebo nepřímých ztrát způsobených neadekvátností či selháním interních procesů, lidí a systémů či vlivem externích událostí, ale každá společnost má na toto riziko odlišný pohled z hlediska svých potřeb. Operační riziko můžeme rozčlenit na riziko *transakční*, které vzniká v důsledku chyb z provádění určitých operací ve společnosti, dále riziko *operačního řízení*, kterému je společnost vystavena v případě nepřesností a chyb managementu a konečně riziko *systému* neboli riziko spojené s nedostatky softwaru společnosti.

2.1.4 Likvidní riziko

Úkolem řízení likvidního rizika je i za nepříznivých podmínek zajistit dané instituci přístup k hotovosti za přijatelnou cenu, tzn. zejména hotovosti potřebné k pokrytí potřeb klientů. Mimo jiné je také potřeba vlastnit dostatečné prostředky k eliminaci nepředvídaných událostí, které mohou být zajištěny silnými kapitálovými pozicemi, ale např. i prostřednictvím mezinárodních trhů.

Likvidní riziko se dělí na tzv. riziko *financování*, které vyplývá z rizika ztráty v případě aktuální platební neschopnosti a riziko *tržní likvidity*, které může vzniknout při nedostatečné likviditě trhu s finančními nástroji, v případě zrušení pozice, kdy je na trhu omezen přístup k peněžním prostředkům.

2.1.5 Obchodní riziko

Obchodní riziko je poslední z kategorie definovaných tržních rizik. Je možné jej rozčlenit na riziko *právní* (týkající se právního rámce), riziko *změny úvěrového hodnocení* (rizikem v případě snížení možnosti získat finanční prostředky), riziko *reputační*, vyplývající z poklesu reputace na trhu, *daňové* riziko zahrnující riziko v podobě změn daňových zákonů či následného zdanění. Dále je možné rozlišit riziko *měnové konvertibility*, tzn. nemožnosti konverze měny v důsledku politické či jiné změny, riziko *pohromy* (přírodních katastrof apod.) a riziko *regulační* dáno nemožností splnit regulační opatření atp.

V navazující části kapitoly jsou definována finanční rizika, která jsou podstatná pro řízení rizik v pojišťovnictví.

2.2 Rizika v pojišťovnictví

Finanční pozice, ale také provozní výsledek pojišťoven jsou ovlivněny řadou klíčových rizik. Jedná se o riziko pojistné, finanční, riziko nesplnění regulačních opatření a provozní riziko. Pojišťovny se proti těmto rizikům brání zpravidla pomocí nastavených vnitřních procedur a postupů.

Charakterem podnikání pojišťoven je dána existence provozního rizika zahrnující riziko přímých a nepřímých ztrát plynoucích z neadekvátních vnitřních a vnějších procesů, zaměstnanců či systémů, resp. z vnějších událostí. Každé z rizik může nepříznivě ovlivnit hospodářský výsledek pojišťovny. Působením v pojišťovnictví vzniká velkých počet komplexních transakcí, které je potřeba provádět či zpracovávat pro četné a diverzifikované produkty. Tyto procesy a příslušné systémy jsou samozřejmě adekvátně kontrolovány právě pro existenci zmiňovaných provozních rizik. Stanovené kontrolní procedury a systémy dané pojišťovny však mohou poskytnout společnosti pouze rozumně vysokou, ale nikoli úplnou jistotu, že nedochází k významným chybám či ztrátám.

V oblasti pojišťovnictví zpravidla platí, že řízení rizik zahrnuje akceptaci rizik z upsaných pojistných smluv, v nichž jsou obsaženy finanční garance a potenciální závazky. Pojišťovny právě za účelem omezení rizik nesplnění zmíněných záruk a potenciálních závazků nakupují finanční nástroje, které by měly odpovídat očekávanému plnění z pojistných smluv, jakož i charakteru a načasování těchto pojistných plnění.

Pro pojišťovny důležité je mimo jiné řízení pojistného rizika, které je uvedeno v následující části této kapitoly. Poté bude popsáno riziko tržní, úvěrové, ale i riziko operační a likvidní.

2.2.1 Pojistné riziko

Pojistné riziko je dle zákona o pojišťovnictví obecně definováno jako míra pravděpodobnosti vzniku pojistné události vyvolané pojistným nebezpečím.[1]

Tento druh rizika lze členit podle různých hledisek, většinou se uvádí rozdíly v případě **pojištění životního**, jež je možné dále upřesnit rizikem *úmrtnosti*, *dlouhověkosti*,

[1] Viz zákon č. 277/2009 Sb. o pojišťovnictví.

invalidity, popř. katastrofy, resp. revizní riziko. A co se týče **neživotního pojištění**, je stěžejní zejména riziko *pojistného, rezerv a* také zmíněné riziko *katastrofy*. Z hlediska většiny druhů pojištění můžeme pojistné riziko rozčlenit na další kategorie a to:

- *riziko vyplývající z podepsání smlouvy* – riziko spojeno s finanční ztrátou, souvisí s výběrem a schválením pojištěného rizika,
- *cenové riziko* – riziko vyplývající z nedostatečné výše poplatků stanovené pojišťovnou při uzavírání pojistných smluv, které v konečné fázi nemusí být dostatečné k vypořádání budoucích závazků, jež z těchto smluv plynou,
- *riziko návrhu produktu* – riziko vyvstávající z nesprávného ocenění pojistných smluv,
- *riziko ekonomického prostředí* – riziko negativního efektu ekonomického prostředí na danou pojišťovnu,
- *riziko rezerv* – riziko plynoucí z nedostatečného pokrytí množství prostředků pro případné uspokojení závazků vůči pojištěncům,
- *riziko chování pojištěnců* – riziko z neočekávaného jednání pojištěnců dané pojišťovny a tudíž ne příliš příznivého dopadu na pojišťovnu.

Na jedné straně je pojišťovna vystavena uvedeným pojistným rizikům, je ale také ovlivněna řadou dalších rizik jako je riziko tržní, úvěrové, riziko pohybu kurzů cizích měn, úrokovému riziku, ale i riziku likvidity.

2.2.2 Tržní riziko

Tržní riziko vzniká zpravidla z otevřených pozic v úrokových sazbách, měnách či akciových titulech, které jsou závislé na všeobecných či jiných specifických pohybech daného trhu, či vyplývající ze změn v proměnlivosti tržních sazeb nebo cen, konkrétně úrokových sazeb, úvěrové marže, měnových kurzů nebo cen akcií. Pro účely snížení tržního rizika a snadnějšího řízení investic jsou pojišťovnami často využívány finanční deriváty. Tržní riziko můžeme členit na dílčí rizika a to:

- *riziko úrokových sazeb* – hrozí v případě nepříznivého vývoje úrokových sazeb,
- *majetkové riziko* – riziko plynoucí z nepříznivého vývoje tržních cen majetku,
- *akciové riziko* – plynoucí z negativního vývoje tržních cen akcií,
- *měnové riziko* – riziko připadající v úvahu při relativní změně kurzu v případě snížení hodnoty závazků vyjádřených v zahraniční měně (měnách) nebo díky zvýšení hodnoty zahraničních aktiv,

- *neinvestiční riziko* – riziko vyplývající z poklesu výnosů fondů, do nichž bylo reinvestováno, přesněji poklesu výnosů pod předpokládanou úroveň,
- *Asset/Liability mismatch* (dále ALM) – riziko vzniká na základě časového nesouladu aktiv a pasiv pojišťovny; může nastat skutečnost, že pojišťovna bude nucena vyplatit pojistné plnění, které souvisí se vznikem pojistné události a samotný vznik události není z hlediska času znám. Na druhou stranu za toto riziko (přebrání závazku) požaduje pojišťovna od pojistníků pojistné. V mezidobí uvedených skutečností je pojišťovna povinna vytvářet rezervy k pokrytí nastalých pojistných plněn;
- *podrozvahové riziko* – týká se změn hodnoty aktiv, resp. pasiv pojišťovny (v úvahu připadají zejména finanční deriváty),
- *riziko koncentrace* – riziko vyplývající z používání určitých technik snižování úvěrového rizika, zejména rizika spojena s velkou nepřímou angažovaností; dané riziko vyplývá z expozic vůči protistranám, ekonomicky spjatým skupinám protistran a protistranám ve stejném odvětví hospodářství či stejné zeměpisné oblasti a dále protistranám vykonávajícím stejnou činnost nebo obchodujícím se stejnou komoditou.

2.2.3 Úvěrové riziko

Úvěrové riziko neboli neschopnost protistrany uhradit splatné částky v plné výši je dalším typem rizika, které jsou pojišťovny nuceny řídit. Toto riziko zahrnuje následující, dílčí rizika:

- *riziko úpadku* – riziko vyplývající z nepříznivého vývoje současné hodnoty pojistné smlouvy v důsledku změny, v nejhorším případě budoucí úpadek dlužníka,
- *nepřímé kreditní riziko* – riziko plynoucí z rostoucího tržního rizika, např. v důsledku ekonomického cyklu apod.,
- *vypořádací riziko* – riziko plynoucí z vypořádání transakce, konkrétně ze zpoždění mezi hodnotou a datem uskutečnění dané transakce,
- *nejlepší riziko* – riziko způsobené ztrátou při rostoucí hodnotě obligací (vyjádřeno v zahraniční měně) nebo klesající hodnotě zahraničních aktiv,
- *riziko koncentrace* – riziko vyplývající z určitého geografického umístění investic a s tím spojenou možnou ztrátou,
- *riziko protistrany* – neboli riziko ze změny hodnoty zajištění, popř. aktiv a závazků protistrany.

2.2.4 Operační a likvidní riziko

Operační riziko vyplývající, ať už z externích či interních nedostatků, již bylo blíže definováno v části (2.1.2) této diplomové práce.

Riziko likvidity pojišťovny, blíže specifikováno v části této diplomové práce, je ohroženo zejména při zhoršení ratingu a s ním související negativní publicitou o dané pojišťovně, dále při negativní změně v ekonomice, kde daná pojišťovna působí nebo obecně při problémech v daném odvětví pojišťovny, možnostech financování apod.

Následující část kapitoly je zaměřena na standardní, ale i doplňující parametry, jimiž je riziko obecně měřeno.

2.3 Základní parametry popisující riziko

Každé riziko finanční instituce je možné popsat nejen slovy, ale i početně. Tuto funkci nám umožňují rizikové parametry, zejména se jedná o střední hodnotu výnosu, neboli výnos aktiva, rozptyl resp. směrodatnou odchylku, kterou je definováno riziko aktiva. Za doplňující parametry můžeme považovat šikmost a špičatost. Výše uvedené parametry jsou obsahem následující částí práce. Uvedené základní parametry jsou upraveny jednak nejdříve pro jedno aktivum, poté i pro portfolio aktiv.

2.3.1 Střední hodnota, rozptyl, směrodatná odchylka pro jedno aktivum

Za základní parametr měřítka rizika je možné považovat jednak výnos jednotlivých akciových titulů, který je vypočítán jako spojitý výnos, konkrétně dle vztahu:

$$R_{it} = \ln \frac{P_1}{P_0}, \qquad (2.1)$$

kde R_{it} je spojitý výnos i-tého aktiva v procentech, P_1 je kurz akcie v čase 1, P_0 je kurz akcie v čase 1.

Dalším parametrem je očekávaný výnos aktiva, jež je dán váženým průměrem výnosů daného cenného papíru (resp. v našem případě akcie), je vyčíslen ze vztahu:

$$E(R_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_t R_{it}, \qquad (2.2)$$

kde $E(R_i)$ je očekávaný výnos daného aktiva, tedy střední hodnota aktiva, N je počet sledovaných dnů a R_{it} je výnos daného aktiva za určité období.

Z parametrů je dále počítán rozptyl výnosu daného aktiva a to konkrétně dle vztahu:

$$\sigma^2 = \mathrm{var}(R_i) = \frac{1}{N} = \sum \left[R_{it} - E(R_i)\right]^2, \qquad (2.3)$$

kde *var*(R_i) je rozptyl výnosu daného aktiva.

Směrodatná odchylka aktiva je určena na základě rozptylu daného aktiva a to za pomocí vztahu:

$$\sigma(R_i) = \sqrt{\mathrm{var}(R_i)}\,, \tag{2.4}$$

kde $\sigma(R_i)$ je směrodatná odchylka aktiva.

Část (2.3.2) diplomové práce je zaměřena na teoretické vyčíslení rizikových parametrů aplikovaných na portfolio aktiv.

2.3.2 Střední hodnota, rozptyl, směrodatná odchylka pro portfolio aktiv

Z parametrů vyčíslujících riziko se používá očekávaný výnos portfolia složeného z aktiv, jež je určen vztahem:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} x_i \cdot E(R_i)\,, \tag{2.5}$$

kde $E(R_p)$ je očekávaný výnos portfolia, x_i je podíl i-tého aktiva v portfoliu, $E(R_i)$ je očekávaný výnos i-tého aktiva, N je počet aktiv v portfoliu.

Dále je užíváno zptylu portfolia, který je dán vztahem:

$$\sigma^2{}_p = \sum_i \sum_j x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}\,, \tag{2.6}$$

kde σ_{ij} je kovariance mezi i-tým a j-tým aktivem, x_i je podíl i-tého aktiva v portfoliu a x_j je podíl j-tého aktiva v daném portfoliu.

Z parametrů je dále počítána směrodatná odchylka portfolia a to dle vztahu:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma^2{}_p} = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}}\,. \tag{2.7}$$

Popis rizikových parametrů doplňuje i parametr kovariance(σ_{ij}), kterým je vyjádřena statistická závislost mezi dvěma aktivy, i-tým a j-tým aktivem a je počítán dle následujícího vztahu:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N} \cdot \sum_t \left[R_{it} - E(R_i)\right] \cdot \left[R_{jt} - E(R_j)\right]. \tag{2.8}$$

Kovariance nabývá hodnot $\langle -\infty; \infty \rangle$. V případě, že,

- σ_{ij} je rovno nule, jsou daná aktiva statisticky zcela nezávislá,
- σ_{ij} je rovno jedné, mezi aktivy je úplná statistická závislost,
- σ_{ij} je rovno mínus jedné, mezi aktivy vzniká opačná statistická závislost.

V kovarianční matici je zachycena statistická závislost portfolia daných aktiv, přičemž na hlavní diagonále jsou zachyceny rozptyly jednotlivých aktiv.

Doplňujícími parametry jsou šikmost a špičatost, jejichž charakteristika je uvedena v následující části kapitoly.

2.3.3 Šikmost a špičatost rozdělení dat

Šikmost (*skewness*) a špičatost (*kurtosis*) je řazena mezi parametry tvaru rozdělení dat.

Šikmostí můžeme analyzovat asymetrii rozdělení. Platí, že pro symetrická rozdělení je šikmost rovna třem a dále levostranné rozdělení neboli kladná šikmost je známa tak, že vrchol rozdělení leží vlevo od aritmetického průměru. Pravostranné rozdělení, vyjádřeno zápornou šikmostí určuje vrchol rozdělení nacházející se vpravo od aritmetického průměru. Šikmost je dána vztahem:

$$S_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^3}{s^3}\,. \tag{2.9}$$

Špičatost (*kurtosis*) slouží k posouzení, zda je rozdělení dat špičatější, hovoříme o kladné míře špičatosti, nebo plošší, která naznačuje zápornou míru špičatosti. Špičatost rozdělení je měřena a porovnávána s normovaným normálním rozdělení a je dána vztahem:

$$K_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^4}{\mu^4}\,. \tag{2.10}$$

Jednou z významných částí této kapitoly jsou také finanční modely pro efektivní portfolia. Vybrané modely jsou vedeny v části následující.

2.4 Finanční modely pro sestavení efektivních portfolií

V této části kapitoly budou uvedeny finanční modely vhodné k sestavení efektivní množiny portfolií. Konkrétně bude specifikován Markowitzův, Blackův a Tobinův model.

2.4.1 Markowitzův model

Markowitzův model je zařazován mezi mean-variance modely, jejichž formulace vychází ze střední hodnoty funkce užitku a veškeré faktory převádí na dva základní parametry. A to směrodatnou odchylku, kterou je reprezentováno riziko a střední hodnotu výnos, kterému odpovídá očekávaný výnos. Za další důležité vlastnosti Markowitzova modelu považujeme také skutečnost, že se jedná o model:

- statický, tedy rozhodujeme se pouze na 1 (další) období,
- kdy je možné investovat pouze do rizikových aktiv,

- v němž není povolen krátký prodej,
- jsme averzní k riziku,
- předpokládáme nekonečnou dělitelnost aktiv,
- zanedbáváme transakční náklady a daně,
- předpokládáme informačně dokonalý trh.

Velmi obdobná je specifikace modelu následujícího, která je uvedena níže.

2.4.2 Blackův model

Blackův model patří do skupiny mean-variance modelů, na rozdíl od Markowitzova modelu je ale tento model rozšířen o možnost krátkého prodeje, u něhož se rozlišuje neomezený a omezený prodej na bázi disponibilních zdrojů. V tomto modelu je možné investovat pouze do rizikových aktiv.

Konstrukce efektivního portfolia je obdobná jako u Markowitzova modelu, liší se pouze v podmínce, která připouští krátký prodej.

V další části je specikován Tobinův model, který připouští investování i do bezrizikových aktiv, jak bude mimo jiné zmíněno.

2.4.3 Tobinův model

Tobinův model umožňuje investovat jak do rizikových aktiv, tak i do bezrizikového aktiva. Připouští se neomezené investování do bezrizikového aktiva tzv. zapůjčování (lending) nebo krátký prodej tzv. vypůjčování (borrowing).

Varianty tohoto modelu:

- bezrizikové aktivum je možné pouze zapůjčovat,
- bezrizikové aktivum je přípustné pouze vypůjčovat,
- je přípustné vypůjčovat i zapůjčovat bezrizikové aktivum na stejnou bezrizikovou sazbu (jedná se o model CAPM),
- je přípustné vypůjčovat i zapůjčovat bezrizikové aktivum za odlišnou bezrizikovou sazbu (jedná se o obecný model SML).

Tržní portfolio se skládá ze všech rizikových aktiv na trhu, jejichž dílčí podíl v tržním portfoliu odpovídá rovnovážné hodnotě jejich tržní kapitalizace. Toto portfolio je optimálním portfoliem pro investora investujícího do všech rizikových aktiv, která jsou na trhu, a s averzním postojem k riziku, neboť je dosahováno maximálního poměru dodatečného očekávaného výnosu a rizika. V případě, že je investováno pouze do některých rizikových aktiv, která jsou na trhu, pak je možné najít optimální portfolio z těchto aktiv, neboť je dosahováno maximálního poměru dodatečného očekávaného výnosu a rizika.[2]

Při konstrukci efektivního portfolia se nejdříve sestaví bezrizikové portfolio, kde předpokládáme bezrizikovou sazbu (riziko = 0). Dále se určí tržní portfolio, které obsahuje všechna rizikové aktiva, která jsou na daném trhu dostupná. Tržní portfolio se vyznačuje maximalizací mezního sklonu dodatečného výnosu portfolia a směrodatnou odchylku, přičemž se předpokládá investice do rizikových aktiv. Nakonec jsou určeny ekvidistantní body daného intervalu za podmínky znalosti směrodatné odchylky daného portfolia. Poté nalézáme střední hodnotu neboli očekávaný výnos vybraného portfolia.

Pro stěžejní část diplomové práce je důležitá také správná specifikace a identifikace rozdělení pravděpodobností náhodného vývoje aktiv. Ta je náplní částí (2.5) této kapitoly.

2.5 Metodika rozdělení pravděpodobností

Tato část kapitoly, jak bylo zmíněno, je soustředěna na možnosti rozdělení náhodného vývoje výnosů aktiv, v našem případě výnosu akcií. Dále budou uvedena jak vybraná pravděpodobnostní rozdělení, konkrétně Gaussovo rozdělení, rozdělení Chí-kvadrátu a Studentovo rozdělení.

2.5.1 Gaussovo rozdělení

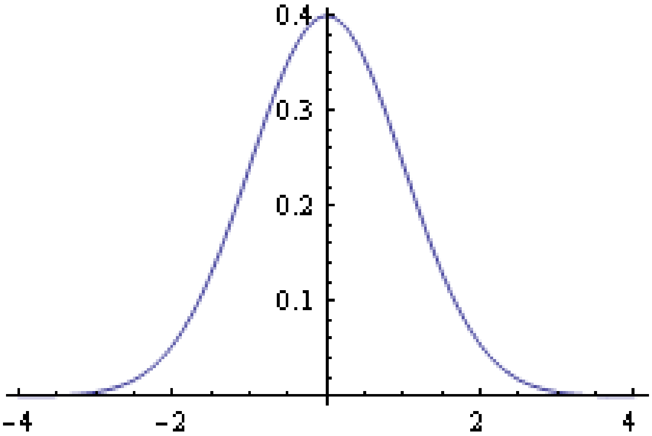
Normální neboli Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti je jedním z nejznámějších a dalo by se říci stěžejních rozdělení pravděpodobností spojité náhodné veličiny. Jeho velký význam tkví zejména v tom, že při splnění určitých podmínek je vhodné pro aproximaci řady dalších pravděpodobnostních rozdělení (ať už se jedná o spojitá či diskrétní rozdělení). Normální rozdělení, obecně značeno $N(\mu,\sigma^2)$, je dáno následujícími hodnotami parametrů:

- střední hodnotou $E(X) = \mu = 0$,
- rozptylem $D(X) = \sigma^2 = 1$,
- šikmostí $S_m = 0$,
- špičatostí $K_m = 3$.

[2] Viz Finanční modely, Z. Zmeškal a kol. (2004).

Normální normované rozdělení je tedy rozdělení pravděpodobnosti se střední hodnotou rovno nule a rozptylem, který je roven jedné, se šikmostí a špičatostí rozdělení rovnou třem.

Hustota pravděpodobnosti Gaussova rozdělení je zobrazena v následujícím grafu (2.1).



Graf 2.1 Normální (Gaussovo) rozdělení

Zdroj:Wolfram Mathematica, verze 7.0

Pro praktickou část diplomové práce jsou podstatná také další rozdělení. V dalších částech kapitoly je proto definováno jak rozdělení chí-kvadrát, tak i Studentovo rozdělení.

2.5.2 Rozdělení chí-kvadrát

Toto pravděpodobnostní rozdělení je využíváno zejména ve statistice, je významným a široce uplatňovaným spojitým rozdělením. Je odvozeno ze součtu nezávislých náhodných veličin s normovaným normálním rozdělením (viz část 3.4.1). Rozdělení chí-kvadrát je dáno vztahem:

$$X = \sum_{i=1}^{n} U_i^2 , \tag{2.11}$$

kde U_i značí n vzájemně nezávislých náhodných veličin s rozdělením N(0;1). Dále je rozdělení χ^2 o n stupních volnosti, značíme $\chi^2(n)$, kde n=*1,2,3, ... m*.

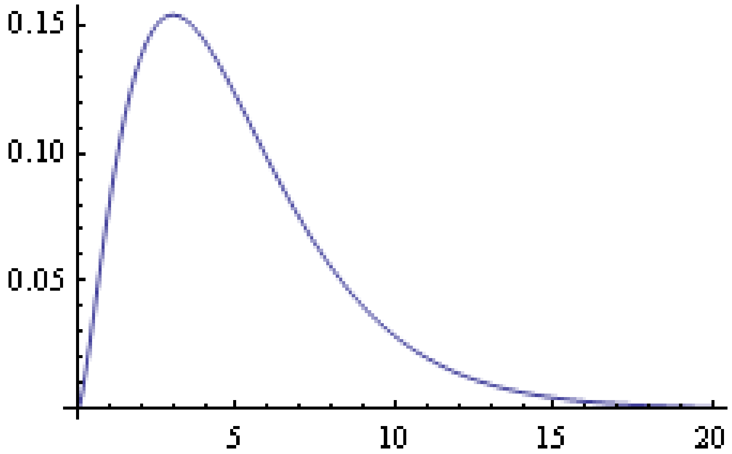
Rozdělení chí-kvadrátu je dáno následujícími parametry:

- střední hodnotou, která je dána $E(X) = k$, kde $k \in N_1$, přičemž N_1 označuje počet stupňů volnosti,
- rozptylem $\sigma^2(X) = 2k$,
- šikmostí $S_m = \sqrt{\frac{8}{k}}$,

- špičatostí $K_m = \dfrac{12}{k}$.

Rozdělení $\chi^2(n)$ se s rostoucím n blíží k normovanému (Gaussovu) rozdělení se střední hodnotou n a rozptylem $2n$.[3]

Názorná ilustrace rozdělení chí-kvadrátu je zobrazena v následujícím grafu.



Graf 2.2 Rozdělení chí-kvadrát, funkce hustoty pravděpodobnosti

Zdroj: Wolfram Mathematica, verze 7.0

Z grafu (2.2) je možné vysledovat průběh rozdělení řízeného rozložením chí-kvadrát. Graf zobrazuje průběh funkce hustoty pravděpodobnosti tohoto rozdělení, konkrétně je zobrazeno 5 stupňů volnosti.

2.5.3 Studentovo rozdělení

Studentovo neboli T-rozdělení je kontinuální rozdělení pravděpodobnosti, kterým můžeme vyčíslit střední hodnotu a normální distribuci populace. Můžeme jej použít za předpokladu, že daný vzorek údajů je malý. Tím je možné vystihnout základní princip Student t-testů pro určitou statistickou významnost a tím dán rozdíl mezi dvěma středními hodnotami daného vzorku nebo konfidenční intervaly pro rozdíl mezi středními hodnotami celé populace. Studentovo rozdělení je velmi specifickým případem zobecněného hyperbolického rozdělení.

Funkce hustoty pravděpodobnosti T-rozdělení je dána následujícím vztahem:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}, \qquad (2.12)$$

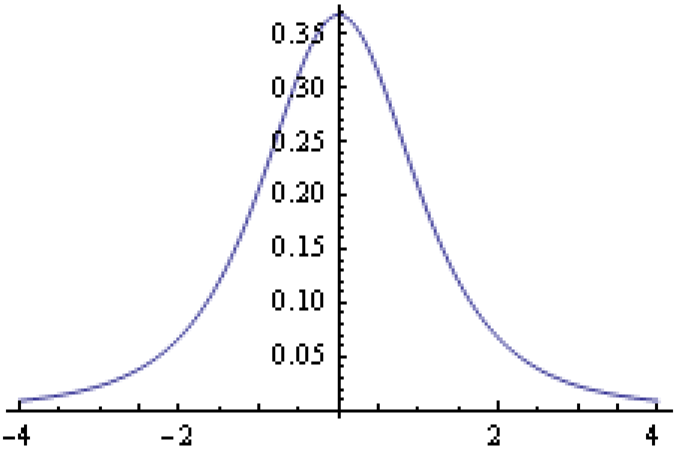
[3] Viz http://en.wikipedia.org/wiki/Chi-square_distribution.

kde v znamená počet stupňů volnosti a Γ je označeno tzv. funkce gama. Celkový tvar funkce hustoty pravděpodobnosti T-rozdělení je podobný normální distribuci, se střední hodnotou rovnou nule a rozptylem rovným jedné.[4]

Studentovo rozdělení je dáno následujícími parametry:

- střední hodnotou, která je dána, μ ,kde $\mu \in R$,
- rozptylem $\sigma^2(X) \geq 0$,
- šikmostí $S_m = 0$,
- špičatostí $K_m = 0$.

T rozdělení je zobrazeno v grafu (2.3), konkrétně jsou ilustrovány 3 stupně volnosti.



Graf 2.3 Ilustrace Studentova t-rozdělení

Zdroj: Wolfram Mathematica, verze 7.0

[4] Viz http://en.wikipedia.org/wiki/Student%27s_t-distribution.

3 Metody řízení finančních rizik

Řízení finančních rizik je možné zařadit ke stěžejním činnostem každé finanční instituce či jakéhokoli subjektu. Svědčí o tom také skutečnost, že postupy měření a tedy i samotné řízení finančních rizik je předmětem řady právních předpisů nejen u nás, ale i v zahraničí.

3.1 Regulace finančních rizik finanční instituce

Ve vyspělých zemích je v dnešní době kladen důraz zejména na bezproblémový chod finančních institucí prostřednictvím dohledu. Ať už hovoříme o bance či pojišťovně, k jejich plynulému chodu přispívají orgány dohledu – zpravidla jsou jimi národní banky daných zemí, u nás konkrétně Česká národní banka.

Služby ve finančním sektoru, zejména v bankovnictví a v oblasti pojišťovnictví můžeme chápat jako odvětví, jímž je ve velké míře ovlivňováno hospodářství každé země. Řízení rizik v této oblasti můžeme chápat z různých úhlů pohledu. Je možné rozlišit následující:

- *pohled managementu* – přístup, který je závislý na postoji daného managementu k riziku (rizikový či méně rizikový), odvíjí se zpravidla z požadavků vlády;
- *pohled akcionářů* – nevýhoda nedostatečných informací ke správnému porozumění všech procesů a možných rizik finanční instituce;
- *regulace* (neboli platné právní normy na daném území) a *dohled* (tzn. dodržování těchto právních ustanovení);
- *ostatní* (prostředí instituce, tedy ostatní působící finanční instituce na trhu).

Nedostatku informací o činnostech finančních institucí jsou vystaveni zejména akcionáři, kteří věrohodnost (riziko) posuzují zpravidla na základě tzv. ratingu. Jeho úroveň je stanovena na základě historických pozorování, je s ním spjata pravděpodobnost selhání dané bankovní či pojišťovací instituce.

3.1.1 Regulace finančních rizik v bankovnictví

Růst mezinárodního úvěrování v 70. letech minulého století, ale i větší množství vznikajících bank s mezinárodními aktivitami, byl prvním z důvodů, proč bylo potřeba v oblasti řízení rizik zavést jednotná regulační opatření. Do té doby neexistovala žádná instituce, která by na mezinárodní úrovni korigovala národní regulaci, jak domácích, tak zahraničních bank. Avšak po propuknutí úvěrové krize v 80. letech bylo nasnadě již zmíněný institut vytvořit.

Tzv. Basilejský výbor pro bankovní dohled byl vytvořen proto, aby se prostřednictvím jím přijatých zásadních směrnic a zákonů regulovala rizika banky. Mluvíme o tzv. kapitálové přiměřenosti, resp. změření rizik dané instituce a stanovení odpovídající minimální úrovně kapitálu, resp. ohodnocení bezproblémového chodu finanční instituce v budoucnosti.

Stěžejní myšlenkou kapitálové přiměřenosti je dále fakt, že veškeré potenciální ztráty instituce spojené s dnešními riziky by měly být pokryty vnitřními zdroji instituce – tzn. kapitálem akcionářů. Naproti tomu již existující ztráty by měly být promítnuty do hospodářského výsledku instituce. Důležité je prostřednictvím minimálního kapitálu zajistit maximální zájem akcionářů na správném řízení finanční instituce; v případě, že je kapitálu méně, klesá i zájem akcionářů, neboť v případě bankrotu instituce nemohou ztratit mnoho. Naproti tomu ale kapitálové požadavky snižují ziskovost kapitálu.[5]

V první fázi byl vytvořen tzv. Basel I, součástí kterého byl vytvořen kapitálový požadavek pouze na úvěrové riziko banky. Sestával pouze ze dvou složek kapitálu, přičemž byla zohledněna hodnota rizikově vážených aktiv.

Regulace ale nebyla dokonalá, největším nedostatkem byla především totožná riziková váha pro subjekty s nestejným ratingem a také skutečnost, že nebylo zahrnuto dosti podstatné tržní riziko. Právě z toho důvodu byla později vytvořena koncepce Basel II.

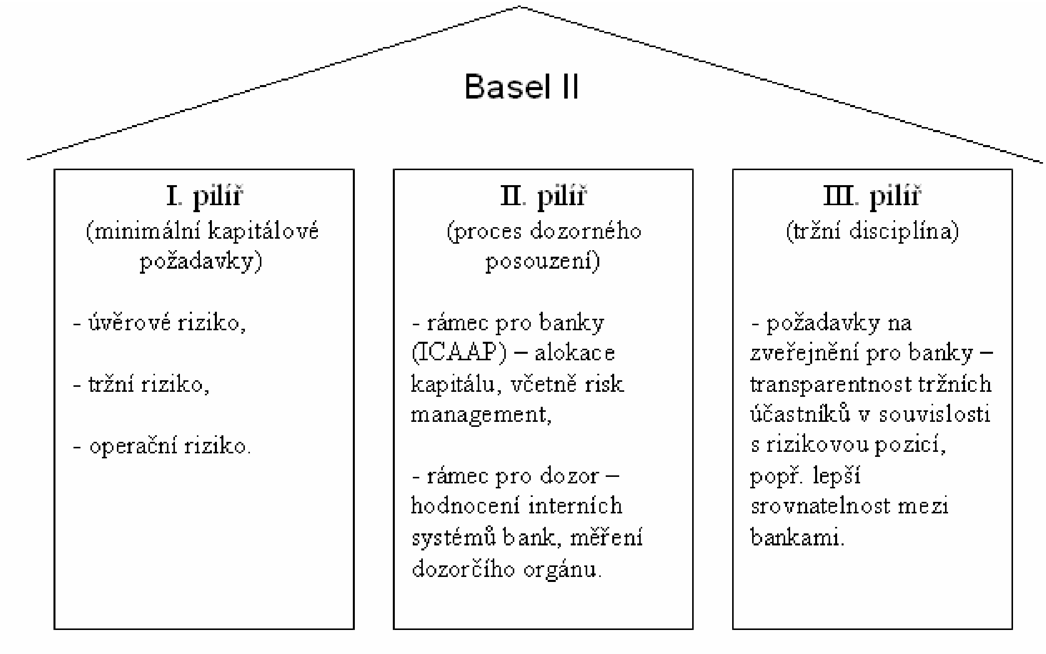
Basel II

Koncepce Basel II byla vytvořena na základě zkušeností z předchozích ekonomických úpadků, které vždy přispěly ke zpřísnění regulace, ale také z toho důvodu, že při použití Basel I mnoho bank využívalo možnosti arbitráže. Dalším z důvodů je fakt, že se neustále vyvíjí nové úvěrové instrumenty (deriváty) a také již zmíněná absence tržního rizika.

Tržní riziko bylo posuzováno na základě kapitálové přiměřenosti, ta je stanovena na bázi otevřených pozic obchodování s finančními nástroji. Ty jsou odvislé od vývoje úrokových sazeb. Na základě zmíněných otevřených pozic banky bylo poté posuzováno riziko dané banky. Došlo k oddělení investičního (banking book) a obchodního portfolia (trading book). Do investiční portfolia můžeme zařadit aktiva banky, která jsou držena do doby splatnosti, naopak obchodní portfolio skýtá aktiva, která jsou držena za účelem obchodování banky.

[5] Finanční rizika, J.Jílek (2000).

Dále bude popsána struktura Basel II, která je zřejmá z obrázku (3.1). Jak je patrno, rozeznáváme tři pilíře.



Obrázek 3.1 Struktura koncepce Basel II

Zdroj: http://www.virbusgame.eu/virbus/mediawiki/index.php/Basel_II_Risk_Management

V prvním pilíři jsou řešeny minimální kapitálové požadavky. Tento pilíř je v procesu regulace nejdůležitější, v rámci něj jsou nastaveny kapitálové požadavky pro tržní, úvěrové a operační riziko. Jsou stanoveny individuálně, změna oproti Basel I nastala kupř. při výpočtu rizikově vážených aktiv, kdy se rozmezí rizikových vah z 0 – 100 % rozšířilo na 0 – 150 %. Kupř. úvěrové riziko je určováno na základě bonity jednotlivých klientů, tzn. každá bankovní instituce je zařazena do určité skupiny dle ratingu (nástin skupin v kapitole 2.1.2). Ratingem je dané instituci přiřazena určitá riziková váha. Minimální požadavek na vlastní kapitál je poté dán 8 %. Konkrétně jsou v rámci prvního pilíře rozčleněny tři úrovně kapitálu banky a to na Tier 1, Tier 2 a Tier 3.

Tier 1, tedy původní kapitál představuje splacený základní kapitál (dle obchodního rejstříku, s výjimkami u družstevních záložen) snížený o hodnotu vlastních akcií, ztrátu z běžného období, goodwill a jiný hmotný majetek a dále navýšen o skutečné emisní ážio, hodnotu rezervního fondu, nerozděleného zisku a položky podobného charakteru po odečtení neuhrazené ztráty a zisk z běžného období.

Tier 2 neboli dodatkový kapitál snížený o odčitatelné položky lze rozdělit na hlavní dodatkový kapitál, tzn. přebytek v krytí očekávaných úvěrových ztrát a vedlejší dodatkový kapitál, tzv. podřízený dluh A, tzn. nezajištěný dluh se splatností minimálně pět let od okamžiku převedení předmětné částky s vyloučením kompenzací. Podmínkou je, že v posledních 5ti letech plánované životnosti dochází ke snížení uznatelné hodnoty vždy o 20 % za rok.

Tier 3, tzv. kapitál ke krytí tržního rizika, který slouží ke krytí rizik z měnového, komoditního, pozičního rizika a rizika angažovanosti obchodního portfolia je možné zahrnout podřízený dluh B, snížený o položky definované vyhláškou – konkrétně se týká obchodníků s cennými papíry a kupř. jejich hmotného majetku, zásob a pohledávek nad 90 dnů. Pro podřízený dluh B platí obdobné podmínky jako pro podřízený dluh A, s rozdílem, že splatnost po datu převedení jistiny v plné výši je více než dva roky.

V rámci ***druhého pilíře*** je zahrnuto jednak *celkové ohodnocení banky neboli rámec pro banky*, který zahrnuje komparaci dostupného kapitálu s úrovní rizika, existence strategie pro udržení úrovně a v neposlední řadě i pravidelné oznamování této úrovně autoritám. Dále je zde řešen *dohled nad riziky*, která nejsou buďto dostatečně pokryta kapitálem prvního pilíře nebo rizika, která nejsou obsahem prvního pilíře (např. úrokové riziko investičního portfolia) nebo riziko dáno tržními faktory (ekonomický cyklus apod.). Tento pilíř řeší také *aktivity instituce neboli rámec pro dozor* – můžeme zde zahrnout restrikce nebo dílčí opatření nebo potřeba dalšího kapitálu nad požadavek apod.

Třetí pilíř je pilířem doplňujícím a zahrnuje *požadavky na zveřejnění pro banky*, jinými slovy povinnost bankovních institucí informovat veřejnost o své aktuální činnosti a pozici na trhu. Je známo, že nejpřesnější informace o činnostech daných institucí mají vlastníci, orgán dohledu a okolí banky. Nejméně informací mají však paradoxně věřitelé dané finanční instituce. Také z toho důvodu byla zavedena povinnost zveřejňování informací o dané bance, které se týkají zejména výše kapitálu, kapitálové přiměřenosti (KP) a metody výpočtu KP. Dále by měly být zveřejňovány informace o rizikových expozicích a ohodnocení bankovní instituce.

Dále budou uvedeny možnosti stanovení kapitálového požadavku k tržnímu riziku, jakož i zpětné a stresové testování modelů, jež jsou v rámci bankovnictví přípustny.

Stanovení kapitálového požadavku k tržnímu riziku

Požadavek kapitálu k tržnímu riziku banky je možné stanovit dvěma metodami. Jedná se o *metodu standardní* a metodu *vnitřních modelů.*

Při aplikaci *standardní metody* je užíváno přesně stanoveného postupu výpočtu, tzv. blokového přístupu. Jinými slovy KP je vyčíslen na základě aritmetického součtu kapitálových požadavků na jednotlivé rizikové kategorie a opce.Tato metoda je velmi jednoduchá, avšak má také řadu nedostatků. Např. skutečnost, že rozdělení položek banky do obchodního a investičního rizika a s ní související aplikace rozdílných kapitálových požadavků na totožné položky není zcela správné. Tímto rozdělením je převodem položek mezi těmito portfolii umožněno regulační arbitráže. Standardní metoda také nepředpokládá závislost mezi jednotlivými kategoriemi tržních rizik a navíc v ní není zakomponován užitek plynoucí z diverzifikace dílčích rizik daného portfolia atd.

V*nitřní modely*, jakými jsou Value at Risk (VaR) nebo Capital in Risk, byly vyvinuty bankami pro poměřování tržního rizika konkrétního portfolia. Důležité je přijmout skutečnost, že finanční instituce jsou schopny lépe a efektivněji nějaký model vytvořit. Proto KP, měřen vnitřním modelem, by měl co možná nejpřesněji odrážet skutečné riziko institucí. Modely vytvořené bankami jsou ověřovány regulátorem, banky jsou odpovědny za vytvořený vnitřní model, proto je také nutností každé banky je patřičně testovat. Metoda vnitřních modelů je sice finančně náročnější, ale je podstatným pokrokem v oblasti bankovního dohledu.

Zpětné testování

Je potřeba, aby si banka denně ověřovala kapitálové požadavky VaR, tzn. je nasnadě aby používala zpětné testování daného modelu. V praxi se jedná o kontrolu skutečných jednodenních ztrát, jež převyšují předpokládané ztráty. V současnosti existují dvě metody testování. Jednak se jedná o *čisté zpětné testování*, které vychází ze stanovení dnešní ztráty při použití původního portfolia (z předcházejícího dne). Další možností je tzv. *špinavé zpětné testování*, jež je určeno na bázi dnešní ztráty stanového na hodnotě dnešního portfolia.

Stresové testování

Stresové testy mohou napovídat o stresové situaci, kterým jsou banky podrobeny. Pomocí těchto testů je možné lépe eliminovat potenciální velké ztráty a pomoci tak k určení následného postupu pro snížení rizika kapitálu.

Ideální kombinací stresového testování je použití stresového scénáře regulátora bank a zároveň stresových testů, které byly vytvořeny samotnými bankami.

Stresové testování je nevýhodné v tom, že je založeno na denním vývoji, načež výjimečné události jsou zahrnuty pouze v případě, že k nim došlo v historickém období. Testování je možné doplnit o simulaci extrémních podmínek, při níž je určena hodnota portfolia za hypotetických podmínek.

3.1.2 Regulace finančních rizik v pojišťovnictví

Zpravidla každá finanční instituce má zájem snižovat svá rizika spojená s řadou svých činností (obchodů). U pojišťoven je to však jinak, naopak snižováním přijímaného rizika by docházelo ke snižování výnosů plynoucích z obchodů dané pojišťovací instituce. Je to právě z toho důvodu, že pojišťovny jsou především institucemi, které za klienty rizika přijímají.

Legislativou je dáno, že každá ze samostatně působících pojišťoven je povinna snižovat daná rizika přenosem části nebo všech rizik na zajišťovnu (pojišťovnu pojišťoven).

Solventnost je jedním ze stěžejních nástrojů pro zajištění finančního zdraví pojišťoven. Jinými slovy je to „schopnost pojišťovny nebo zajišťovny trvale zabezpečit vlastními zdroji úhradu závazků vyplývajících z uzavřených pojistných smluv v potřebné výši a potřebném čase“.[6] Můžeme tedy říci, že pro pojišťovny je nutností, aby měly možnost nepřetržitě disponovat dostatečným objemem volných, nejlépe vlastních kapitálových zdrojů. U komerčních pojišťoven se provádí tzv. test solventnosti jak na životní, tak na neživotní část pojištění.[7]

Solventnost pojišťoven je vykazována společnou metodikou Evropské unie, v podstatě se jedná zpravidla o porovnávání disponibilní míry solventnosti a požadované míry solventnosti.

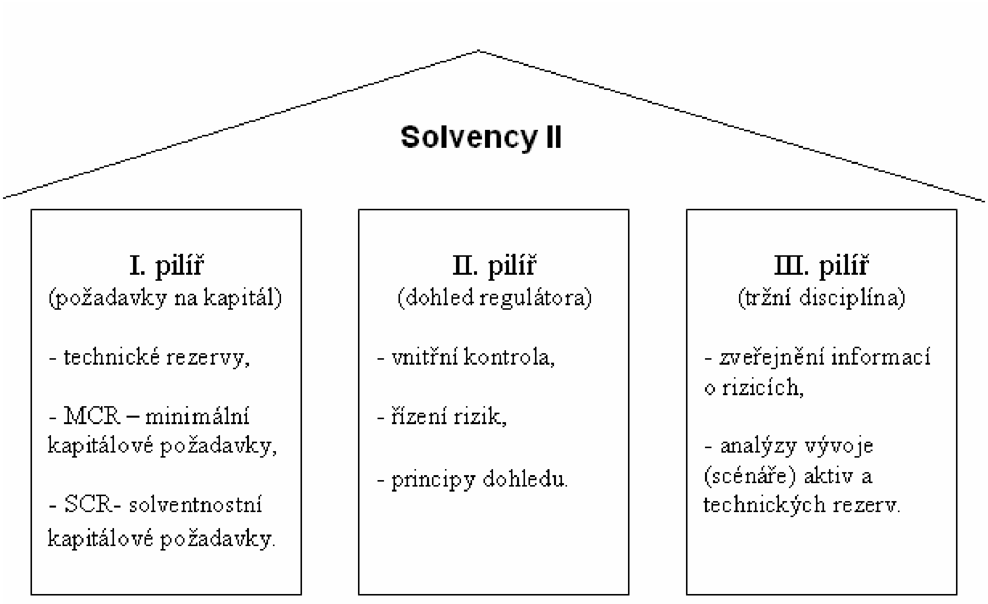
V 70.letech 20. století byla nejdříve implementována koncepce Solvency I, mezi jejíž přednosti patřila hlavně jednoduchost při aplikaci a také ne příliš nákladná správa. Tato koncepce však měla řadu nevýhod, např. to, že solventnost byla koncipována na základě objemu, na riziko není brán zřetel. A dále skutečnost, že jí nebyla zajišťována bezpečnost a dostatečná ochrana klientů v pojišťovnictví. Jednalo se zpravidla o absenci řešení tržního rizika, nedostatečně bylo vyřešeno např. i úvěrové riziko. Tyto a další nedostatky byly vyřešeny implementací koncepce Solvency II.

Solvency II

V rámci Solvency II byla, obdobně jako v projektu Basel II vytvořena tří pilířová struktura regulace. Struktura Solvency II je zobrazena také v následujícím schématu.

[6] Viz §2 zákona č. 277/2009 Sb. o pojišťovnictví.

[7] Viz vyhláška č. 303/2004 Sb.



Obrázek 3.2 Struktura koncepce Solvency II

Zdroj: http://cfuc.vse.cz/media/cfuc/2006/cfuc_2006-03_127.pdf

První pilíř zahrnuje kapitálové požadavky, jednak je zařazen *minimální kapitálový požadavek (MCR)*, ale také *solventnostní kapitálový požadavek (SCR)*. SCR je v podstatě úroveň kapitálu, se kterou je daná pojišťovna schopna překonat významné, ale přitom neočekávané ztráty. Jinými slovy nejsou ohroženy potenciální výplaty pojistných plnění. V případě, že je kapitál pojišťovny pod touto úrovní, je potřeba aby některé položky rozvahy, zejména opravné položky daná pojišťovna přehodnotila. Součástí tohoto KP jsou všechna kvantifikovatelná rizika (nekvantifikovatelná jsou zařazena ve druhém pilíři). Úroveň solventnostního kapitálu je regulací stanoven pravděpodobností ztráty 0,5 % (neboli 99,5 % VaR), doba držení je přitom právě jeden rok. Minimální kapitálový požadavek (MCR) je potom minimální úrovní kapitálu, jehož snížení pod danou úroveň inicializuje ohrožení existence pojišťovny jako celku. Hodnota minimálního kapitálu je regulací stanovena pravděpodobností ztráty 15 % (neboli 85 % VaR), doba držení je totožná, maximálně jeden rok. V rámci toho pilíře je řešena také harmonizace technických rezerv, ty jsou sestaveny součtem nejlepšího odhadu a rizikové přirážky. Je v rámci nich důležité zohlednit specifika životního a neživotního pojištění, řídí se zpravidla pokyny tzv. managementu škodních událostí, popř. pokyny pro předpoklady tvorby technických rezerv u životního pojištění.

Druhý pilíř upravuje dohled v pojišťovnictví, tedy kvalitativní požadavky orgánu dozoru platné pro pojišťovací instituce. Konkrétně se jedná o principy vytvořené pro vnitřní kontrolní systémy pojišťoven, požadavky na solidní systém řízení rizik pojišťoven, zejména pojistné riziko, technické rezervy a management škodních událostí. Dále by mělo být finanční řízení zdokonaleno prostřednictvím požadavků na vytvoření investičního plánu, v neposlední řadě je velký důraz kladen na ALM politiku a také politiku zajištění.

Třetí pilíř zahrnuje povinnost zveřejňování informací a zvyšování transparentnosti trhu. Cílem je poskytnout klientům pojišťovny, ratingovým agenturám, ale také dalším stranám přehledný obraz o rizikovosti pojišťovny.[8]

3.1.3 Komparace regulací Basel II a Solvency II

Srovnáním koncepcí Basel II se Solvency II můžeme pozorovat celou řadu společných prvků. Podstatné rozdíly, ale i společné znaky v komparaci obou přístupů jsou zachyceny v tabulce 3.1

<table>
<tr><th>Hlavní znaky</th><th>Basel II</th><th>Solvency II</th></tr>
<tr><td>instituce</td><td>bankovní</td><td>pojišťovací</td></tr>
<tr><td>pilíře</td><td colspan="2">I., II., III. pilíř</td></tr>
<tr><td>řešení požadavků</td><td colspan="2">kvantitativní, kvalitativní požadavky a tržní disciplína</td></tr>
<tr><td>hodnocení rizika</td><td>kvantifikace úvěrového, tržního a operačního</td><td>analýza celého portfolia</td></tr>
<tr><td>hodnota</td><td>aktiv</td><td>aktiv i pasiv</td></tr>
<tr><td>model řízení</td><td>kompletní, ale pouze pro tržní a operační riziko</td><td>kompletní vnitřní model</td></tr>
</table>

Tabulka 3.1 Srovnání Basel II a Solvency II

Zdroj: vlastní zpracování

Basel II i Solvency II jsou vytvořeny pro lepší porozumění a řízení rizik, oba jsou založeny na tří pilířovém principu. Koncepce řeší kvantitativní i kvalitativní požadavky, mimo jiné také tržní disciplínu. Obě umožňují použití vnitřních modelů pro kvantifikaci rizik a zohledňují ve svých výpočtech pro minimální výši kapitálu také operační riziko.

Velmi zřejmý rozdíl je v tom, že Solvency II je vytvořena k zajištění harmonizace finančních trhů v dlouhodobém horizontu, zatímco v rámci Basel II je umožněna určitá svoboda pojetí regulátora. Rozdíl je dále dán tím, že Solvency II hodnotí veškerá kvantifikovatelná rizika v prvním pilíři, včetně ALM, underwritingu, rizika neživotního a životního pojištění, na druhou stranu Basel II se orientuje pouze na vybraná rizika, konkrétně úvěrové, tržní a operační riziko. V rámci Solvency II je navíc kapitálový požadavek kalkulován přímo na riziko nesolventnosti, v Basel II je úroveň kapitálu stanovena k úrovni kapitálové přiměřenosti dle předchozí koncepce Basel I.

[8] Viz směrnice Solvency II (2009).

Velký rozdíl mezi koncepcemi je dán také skutečností, že Solvency II se soustředí na reálné ocenění aktiv a pasiv pojišťovny, zatímco Basel II je zaměřena pouze na stranu aktiv bankovní instituce. Solvency II dále aplikuje diversifikaci do modelů, Basel II efekty plynoucí z diverzifikace řeší velmi zjednodušeně, resp. kapitálové požadavky u bank mezi různými riziky se pouze sčítají, čím není zajištěno rozrůznění mezi nestejnými aktivy. Solvency II v konečné fázi dává možnost pojišťovně vytvořit si kompletní vnitřní model, v Basel II je možné úplný model aplikovat pouze pro tržní a operační riziko. U Basel II je pro stěžejní kreditní riziko regulátorem umožněno používat vnitřních modelů pouze k určení parametrů pravděpodobnosti ztráty a ztráty v úpadku. Tzn. že banky nejsou motivovány ke správnému pochopení těžkých konců distribučních rozdělení a korelací, což jsou jedny z klíčových charakteristik při řízení rizik a solventnosti.

Ke stanovení budoucího vývoje hodnoty aktiv je důležité správně specifikovat náhodné procesy, dle kterých se bude hodnota aktiv řídit. Náhodné procesy jsou uvedeny v následující části kapitoly.

3.2 Rozdělení náhodných procesů

V této části kapitoly budou uvedeny procesy používané pro modelování náhodného vývoje veličin, zejména veličin finančního charakteru, tj. predikce měnových kurzů a vývoji např. cen nebo výnosů akcií. Vhodnými procesy při modelování vývoje jsou jednak Wienerův a z něj vycházející aritmetický Brownův proces nebo např. Variance gama proces, který náleží do skupiny Lévyho modelů.

3.2.1 Wienerův proces

Náhodným vývojem finančních aktiv v čase, označovaným také jako stochastický proces, je možné popsat simulační procesy diskrétně či naopak spojitě, jedná-li se o analytické řešení. Většina náhodných procesů je odvozena od tzv. Wienerova procesu, někdy také označovaného jako specifický Wienerův proces.

Základními předpoklady tohoto procesu jsou jednak v čase nezávislé změny cen aktiv a také především tyto procesy následují Markovův proces. Samotný Wienerův proces je tedy dán vztahem:

$$\tilde{z}_t - z_0 \equiv dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \tag{3.1}$$

kde $\tilde{z}$ je označena náhodná proměnná z normovaného normálního rozložení $N(0;1)$, střední hodnota $E(dz) = 0$, rozptyl $\operatorname{var}(dz) = t$, směrodatná odchylka $\sigma(dz) = \sqrt{t}$.

V případě, že analyzujeme vývoj ceny v čase za několik intervalů, potom předcházející vztah (3.1) modifikujeme následovně:

$$\tilde{z}_T - z_0 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{z}_i \cdot \sqrt{dt}, \tag{3.2}$$

přičemž z tohoto vztahu odvodíme hodnotu následujících parametrů, a to: střední hodnotu $E(\tilde{z}_T) = 0$, rozptyl $\mathrm{var}(\tilde{z}_T) = n \cdot dt = T$ a směrodatnou odchylku $\sigma(\tilde{z}_T) = \sqrt{T}$.

K definování aritmetického Brownova procesu je nutné uvést další z obecných typů stochastických procesů. Je jím Itôův proces, který je definován na proměnné *x* a vztahem určeným takto:

$$dx = a(x;t) \cdot dt + b(x;t) \cdot dz, \tag{3.3}$$

kde *a*( ) představuje přírůstek a *b*( ) směrodatnou odchylku změny proměnné. Dále je potřeba uvést, že funkce, jejichž proměnnými jsou stochastické procesy a čas $G = f(x,t)$ vychází z tzv. Itôovy lemy a ta je definována vztahem:

$$dG = \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x} \cdot (\;) \right) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \cdot b^2(\;) \right] \cdot dt + \frac{\partial G}{\partial x} \cdot b(\;) \cdot dz, \tag{3.4}$$

jinými slovy vyjádření přírůstku Itôova procesu, který je v předchozí rovnici popsán v hranatých závorkách vypadá takto:

$$\frac{\partial G}{\partial x} \cdot a(\;) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \cdot b^2(\;) + \frac{\partial G}{\partial t}, \tag{3.5}$$

a rozptyl je definován jako

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)^2 \cdot b(\;). \tag{3.6}$$

V následující části bude definován aritmetický Brownův proces, který vychází z výše uvedeného procesu. Dále je přesněji specifikován Studentův proces, zřejmý z další níže uvedené části kapitoly.

3.2.2 Aritmetický Brownův proces

Brownův pohyb lze v podstatě definovat jako zobecněný Wienerův proces, konkrétně je určen takto:

$$dx = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz. \tag{3.7}$$

Složkou $\alpha \cdot dt$ je vyjádřena složka trendová a částí $\sigma \cdot dz$ je označena složka reziduální.

Je zřejmé, že se jedná o Itôův proces, jehož parametry jsou konstantní a na ostatních proměnných nezávislé. Cena aktiva dle tohoto procesu se vyvíjí lineárním trendem, hodnoty parametrů , které z daného procesu vychází, jsou následující:

- střední hodnota trendové složky $E(dx) = \alpha \cdot dt$,
- střední hodnota aktiva v době zralosti $E(x_T) = x_0 + \alpha \cdot T$,
- rozptyl trendové složky $\operatorname{var}(dx) = \sigma^2 \cdot dt$,
- rozptyl aktiva v době zralosti $\operatorname{var}(x_T) = \sigma^2 \cdot T$.

3.2.3 Studentův proces

Studentův proces je taktéž odvozen z uvedeného Wienerova, popř. Brownova procesu. Analogicky k procesu předchozímu počítáme s trendovou a reziduální složkou. Počítaný výnos u jednoho kroku je tedy popsán složkou trendu, jež je vyjádřena proměnnou $\mu \cdot dt$, která uvádí střední hodnotu výnosu, reziduální složka proměnné je označena částí $\sigma\mathrm{T}$, přičemž T označuje náhodnou složku proměnné ze Studentova rozdělení.

Matematická formulace pro Studentův proces se jeví následovně:

$$X = \mu \cdot dt + \sigma\mathrm{T}, \tag{3.8}$$

za předpokladu, že $X \in (-\infty;+\infty)$.[9] Hodnoty parametrů, které z procesu vychází jsou totožné s parametry předchozího procesu (část 3.2.2).

3.2.4 Lévyho modely, Variance gamma model

Lévyho modely jsou takové modely, jejichž procesy mají nezávislé a stacionární přírůstky. Pro tyto procesy je typická stochastická spojitost, tzn. že pravděpodobnost existence skoku pro určitý časový interval je roven nule. Jinými slovy tento model je typický pro vývoj procesů ve spojitém čase.

Východisky pro Lévyho modely jsou tvořeny prvky Wienerova, Poissonova procesu nebo jejich odvozeninami. Jmenované procesy jsou často užívány jako základ pro mnoho dalších, komplexních modelů. Lévyho modely mohou být zpravidla tvořeny jak částí s difúzní složkou, tak i částí se skoky. Je ale také potřeba říci, že přítomnost obou složek není nutná.

Velká část Lévyho modelů je konstruována jako Brownův pohyb, jenž je řízen určitým vnitřním procesem. Tyto procesy tak můžeme chápat jako Brownovy modely v náhodném obchodním čase. Přičemž ten je určen různými aktivitami, zejména z ekonomické sféry a také např. zveřejněním nových informací.

---

[9] Viz Value-at-Risk, C. Alexander (2008).

Pro ilustraci budeme nyní Wienerův proces závislý na čase t a parametry $\mu = 1$ a $\sigma = \sqrt{t}$ neboli $Z_t = \varepsilon\sqrt{t}$, kdy $\varepsilon \in N(0;1)$, značit $Z(t;\sigma,\mu)$. Chceme-li popsat Brownův proces $X(t;\theta,\vartheta)$, kde přírůstek označíme θ, směrodatnou odchylku ϑ, který je řízen jiným Lévyho procesem $G(t)$ a dosadíme-li $g(t)$ za *t*, bude zapsán následovně:

$$X_t = \theta g(t) + \vartheta Z(g_t), \tag{3.9}$$

nebo také

$$X_t = \theta g(t) + \vartheta\varepsilon\sqrt{g(t)}. \tag{3.10}$$

Lévyho modely mohou být řízeny např. Gama procesy vedoucí k Variance gamma modelu, kdy podstatný rozdíl je dán skutečností, že rozptyl primární složky je namísto skutečného času dán tzv. gama časem.

Variance gamma model (VG model) je jedním z více parametrických modelů Lévyho typu. VG model je možné definovat dvěma způsoby. Na jedné straně jako model, který vychází z Brownova pohybu, jež je řízen gama procesem. Pravděpodobnostní funkce hustoty gama procesu z tzv. gama rozdělení $G\left[1;\frac{1}{\nu}\right]$, za předpokladu $\mu = 1$ je dána vztahem

$$g(t) = \frac{g^{\frac{t}{\nu}-1}\exp\left(-\frac{g}{\nu}\right)}{\nu^{\frac{t}{\nu}}T\left(\frac{t}{\nu}\right)}, \tag{3.11}$$

a proto, je VG proces $VG_t(g(t;\nu);\theta,\vartheta)$ možné vyjádřit takto:

$$VG_t = \theta g_t + \vartheta Z(g_t) = \theta g_t + \vartheta\sqrt{g_t\varepsilon}. \tag{3.12}$$

Pomocí VG modelu jsme schopni modelovat vyšší momenty pravděpodobnostního rozdělení, např. se jedná o parametr gama rozptylu *ν*, kterým je dána špičatost, ale také parametr střední hodnoty *θ*, kterým zjišťujeme symetrii (neboli šikmost). Konkrétně je-li parametr $\theta = 0$, jedná se o zcela symetrické rozdělení pravděpodobnosti, naopak v případě, že je $\theta < 0$, resp. $\theta > 0$ potom se jedná o zápornou, resp. kladnou šikmost. Za základní parametry VG rozložení považujeme střední hodnotu θ, rozptyl $\vartheta^2 + \nu\theta^2$, šikmost

$$\frac{\theta\nu\left(3\vartheta^2 + 2\nu\theta^2\right)}{(\vartheta^2 + \nu\theta)^{\frac{3}{2}}} \text{ a špičatost } 3\left(1 + 2\nu - \frac{\nu\vartheta^4}{\left(\vartheta^2 + \nu\theta^2\right)^2}\right). \tag{3.13}$$

VG model je možné také interpretovat jako rozdíl dvou gama procesů, je dán vztahem:

$$VG(g(t)) = G_u(t) - G_d(t), \tag{3.14}$$

kde G_u značí pozitivní vliv na cenu aktiva a G_d naopak výskyt informací s negativním vlivem.[10] Dále je ukázána možnost zavedení dvou gama-rozložení s odlišnými parametry C, G a M a to konkrétně:

$$VG(g(t;\nu);\theta,\vartheta) = G_u(t;C,M) - G_d(t;C,G) \tag{3.15}$$

kde parametr rozložení $C = \nu^{-1}$,

$$G = \left(\sqrt{\frac{1}{4}\theta^2\nu^2 + \frac{1}{2}\vartheta^2\nu} - \frac{1}{2}\theta\nu\right)^{-1}, \tag{3.16}$$

a

$$M = \left(\sqrt{\frac{1}{4}\theta^2\nu^2 + \frac{1}{2}\vartheta^2\nu} + \frac{1}{2}\theta\nu\right)^{-1}. \tag{3.17}$$

3.3 Možnosti měření rizika

Riziko je možné měřit řadou metod, některé z nich budou uvedeny v následujících částech diplomové práce, konkrétně se v této části zaměříme na alternativní míry rizika, tedy koherentní a konvexní míru rizika a také na míru rizika ve spojení s užitečností.

3.3.1 Alternativní míry rizika

V praxi se alternativní mírou rizika rozumí zejména pojetí vzhledem k rozptylu, hovoříme o následujícím:

- *měřítka disperze neboli rozptylu* – tato skupina měření zahrnuje pozitivní či pozitivně homogenní rostoucí funkce rizik X; jdou známy parametry a to směrodatná odchylka a průměrná absolutní odchylka,
- *měřítka bezpečnosti* – v této skupině najdeme tzv. pravidla „safety-first“, která jsou postavena na bázi míry rizika, která je stanovena podle pravděpodobnosti daného portfolia na pokles výnosů pod stanovenou úroveň.

Mezi zmiňovaná safety-first měřítka, je řazena i speciální skupina, v níž je velký důraz kladen na tzv. koherentní míru rizika.

[10] Viz Finanční deriváty, T. Tichý (2004).

Koherentní míra rizika

Již dříve byly zveřejněny tzv. axiomy, které vychází z regulace obchodních bank bankami centrálními. Hovoříme zde o takové míře rizika, která stanoví minimální hodnotu kapitálu pro vytvoření budoucí pozitivní pozice (hodnoty). Míra rizika je tzv. koherentní v případě, že jsou splněny 4 následující podmínky:

- *monotónnost* je přítomna, v případě, že portfolio má menší přínosy než jakékoli jiné portfolio, jeho míra rizika by poté měla být větší,
- *invariance* znamená, že zahrneme-li do portfolia hotovost, riziko portfolia by se mělo snížit,
- *pozitivní homogenita* značí, že změna velikosti portfolia prostřednictvím faktoru λ za předpokladu ponechání relativního množství jednotlivých položek portfolia (stejného) by měla odpovídat míře rizika znásobená faktorem λ,
- *subaditivita* znamená, že míra rizika pro dvě portfolia po sloučení by neměla být větší než suma míry rizika každého portfolia před sloučením.

První tři podmínky jsou jednoduché a v podstatě se jimi doporučuje přidávat do portfolia potřebnou peněžní částku, tak aby bylo riziko přijatelné. Čtvrtá podmínka stanoví, že diverzifikací napomáháme ke snížení rizika. Dále platí, že v případě sloučení dvou rizik by se celková míra rizika měla snížit anebo zůstat stejná.

Další možností chápání měření rizika je pomocí konvexní míry rizika.

Konvexní míra rizika

Pozitivní homogenita se vyznačuje tím, že riziko roste proporcionálně k objemu daného portfolia. Můžeme říci, že likvidita na trhu není zajištěna, v případě, že expozice může růst rychleji než lineárně se vyvíjející objem. Potom je nasnadě použít tzv. konvexní míru rizika. Je možné říci, že míra rizika, která splňuje požadavky invariance, monotónnosti a tzv. *konvexity* je nazývána jako konvexní.

Alternativním pojetím měření rizika může být také např. míra rizika vztažena k užitečnosti.

Míra rizika a užitečnost

Mezi specifické předpoklady pozitivní pozice (portfolia) investorova preferencí můžeme zařadit také kritérium funkce užitku. Kritérium očekávaného užitku, které je určeno, konkrétní jednoduchou mírou pravděpodobnosti, nemusí odpovídat rozhodnutí, které je pro investora za nejistoty přijatelné. Nebo je pro investora důležitá existence větší skupiny možných scénářů, jak se proti rizikům bránit. Poté by měl investor připustit i nejhorší možnou variantu očekávaných ztrát investice.[11]

Pojetí míry rizika je možné chápat z mnoha pohledů, tento výčet je pro účely diplomové práce postačující.

3.4 Kritérium Value at Risk

Významnou roli v oblasti metod měření míry rizika hraje kritérium Value at Risk (VaR), jež je používáno k eliminaci potenciálních velkých ztrát. VaR je konkrétně definována jako nejmenší predikovaná ztráta na dané hladině pravděpodobnosti za daný časový interval.

Metoda vychází z předpokladu, že pravděpodobnost, že portfolio aktiv bude ziskové, vyjádřeno $\Delta\tilde{\Pi}$ a tento zisk bude menší než předem stanovená hladina zisku (*ZISK*), bude rovna stanovené hladině pravděpodobnosti, resp. významnosti *α*. Metoda VaR vyjadřuje ztrátu, přičemž víme, že zisk můžeme vyjádřit jako zápornou ztrátu, konkrétně.[12]

$$Pr\left(\Delta\tilde{\pi} \leq zisk\right) = \alpha\,, \tag{3.18}$$

$$\text{resp. } \Pr(\Delta\tilde{\pi} \leq -VaR) = \alpha\,. \tag{3.19}$$

Nyní si vyjádříme VaR na bázi ztráty a to:

$$\Pr(ztr\acute{a}t\tilde{a} \geq ztr\acute{a}ta) = \alpha\,, \tag{3.20}$$

$$\text{resp. } \Pr(ztr\acute{a}t\tilde{a} \geq VaR) = \alpha\,. \tag{3.21}$$

Je nezbytné také zmínit, že důležitými předpoklady pro kritérium je, že rozdělení pravděpodobnosti je normální a dále, že funkce náhodný veličin je vždy lineární.

VaR je možné odvodit ze vztahu rovnic, které již byly zmíněny a to: $\Pr(\Delta\tilde{\pi} \leq -VaR) = \alpha$.

Abychom si odvození kritéria zjednodušili, zavedeme předpoklad, že se náhodná veličina vyvíjí podle náhodného rozdělení. Konkrétně zavedeme substituci g následovně:

$$g = \Delta\Pi + VaR, \tag{3.22}$$

poté můžeme psát,

$$\Pr(\tilde{g} \leq 0) = \alpha\,. \tag{3.23}$$

Abychom mohli pracovat s normálním rozdělením, daný vztah znormujeme. Hodnota rizikových faktorů, střední hodnota je poté rovna 0 a rozptyl je roven jedné neboli:

[11] Viz Value-at-Risk Models, C. Alexander (2008).
[12] Viz Finanční modely, Z. Zmeškal a kol. (2004).

$$\Pr\left[\frac{\tilde{g}-E(\tilde{g})}{\sigma(g)} \leq \frac{0-E(\tilde{g})}{\sigma(g)}\right] = \alpha\,, \tag{3.24}$$

poté nahradíme substitucí proměnnou z

$$\Pr(\tilde{z} \leq z) = \alpha\,. \tag{3.25}$$

Budeme-li předpokládat normované normální rozdělení, můžeme tento vztah zapsat takto (Φ distribuční funkce normovaného normálního rozdělení)

$$\Phi(z) = \alpha\,. \tag{3.26}$$

Pomocí inverzní funkce získáme proměnnou z:

$$z = \Phi^{-1}(\alpha)\,. \tag{3.27}$$

Poté provedeme zpětnou substituci z :

$$\frac{0-E(\tilde{g})}{\sigma(\tilde{g})} = \Phi^{-1}(\alpha)\,, \tag{3.28}$$

$$-E(\tilde{g}) = \Phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma(\tilde{g})\,. \tag{3.29}$$

Nakonec provádíme zpětnou substituci g:

$$-VaR + E(\Delta\pi) = \Phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma(\tilde{g})\,. \tag{3.30}$$

V konečné fázi je VaR vyjádřeno následovně:

$$VaR = -E(\Delta\pi) - \Phi^{-1}(\alpha)\cdot\sigma(\Delta\pi)\,. \tag{3.31}$$

Dále je možné vyjádřit výpočet střední hodnoty:

$$E(\Delta\pi) = \sum_i x_i \cdot E(R_i)\,, \tag{3.32}$$

a rozptyl vztahem:

$$\operatorname{var}(\Delta\pi) = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j\,. \tag{3.33}$$

3.5 Vybrané druhy metod měření Value at Risk

Metoda Value at Risk (VaR) se stala základním nástrojem pro řízení rizik, neboť poskytuje kvantitativní měření rizika negativního vývoje na základě současných pozic. V praxi by mělo být cílem zajistit dostatečně přesný odhad rizik za rozumnou cenu.

Potenciální ztráty mohou vyplývat z expozice rizikovým faktorům, jakož i z distribucí těchto rizikových faktorů. Toto rozdělení nachází způsob ve strukturách systémů řízení rizik, které mohou být zařazeny do expozice modelů a modelů pro distribuci rizikových faktorů.

Vyčíslení rizika pomocí kritéria Value at Risk je možné určit několika způsoby. V této části bude blíže definována zejména analytická metoda a metoda simulace Monte Carlo, dále i metoda historická.

3.5.1 Analytická metoda

Analytická neboli normální lineární VaR metoda, která náleží do skupiny tzv. parametrických lineárních VaR modelů, pracuje s normálním rozdělením výnosů, rizikových faktorů, portfolio je identifikováno jako lineární.

Pomocí parametrických lineárních modelů je při použití analytické formule, která souvisí s parametrickým rozdělením výnosů, možné vyčíslit hodnotu VaR i hodnotu ES. Tento postup je možné aplikovat pro lineární funkci normálních rizikových faktorů (v našem případě výnosů). Analytickou metodu je možné použít také na portfolia složena z peněžních prostředků, komodit, dluhopisů, úvěrů, akcií a zahraničních měn. Lineární metoda není vhodná pro aplikaci hodnocení portfolia obsahující finanční instrumenty jako jsou opce nebo tzv. option-like pay-offs, tedy instrumenty s výplatní funkcí podobné opcím, neboť mají nelineární vývoj rizikových faktorů. Stěžejním pro použití analytické VaR metody je předpoklad normálního rozdělení výnosů daného portfolia. V případě, že analyzujeme rozdílnou skupinu rizikových faktorů (platí i pro výnosy), předpokládáme, že výnosy se vyvíjí podle vícerozměrného lineárního rozdělení s konstantní kovarianční maticí. Obdobně je možné stanovit hodnotu VaR, resp. ES v případě, že jsou výnosy rozděleny na bázi Studentova t rozdělení, popř. kombinaci normálního a Studentova rozdělení. Tato metoda je efektivní a relativně rychlá, je vhodná spíše pro větší portfolia.

V případě vícerozměrného lineárního VaR modelu jsou závislosti jednotlivých rizikových faktorů vyjádřeny korelacemi (vzájemnou závislostí). Korelace a rozptyl jednotlivých faktorů při možném budoucím vývoji rizikového horizontu, označeno *h*, v h-denní kovarianční matici. V různých, zpravidla smíšených lineárních modelech se vyskytuje více než jedna zmíněná kovarianční matice.[13]

Výnos portfolia na bázi analytické metody je dán obdobným vztahem uvedeným v části 2.3.2, konkrétně:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t+1}, \tag{3.34}$$

[13] Viz Value-at-Risk Models, C. Alexander (2008).

kde $w_{i,t}$ jsou váhy portfolia, $R_{i,t+1}$ označuje výnos jednotlivých aktiv daného portfolia v čase $t+1$ a $R_{p,t+1}$ je popsán jako výnos daného portfolia v čase $t+1$.

Jak bylo zmíněno, metoda je schopna lehce agregovat rizika velkého portfolia díky neměnným vlastnostem proměnných s normálním rozdělením. Portfolia složena z tzv. sdružených normálních proměnných mají vzájemné normální rozdělení.

Rozptyl portfolia je dán následovně:

$$\sigma^2\left(R_{p,t+1}\right) = w_t' \sum_{t+1} w_t \ , \tag{3.35}$$

kde $\sum_{t+1}$ je dána možným budoucím vývojem hodnot kovarianční matice na určitém VaR horizontu. Hodnota VaR je poté vyčíslena na bázi následujícího vztahu:

$$VaR = \alpha\sqrt{x'_t \sum_{t+1} x_t} = \alpha W \sqrt{w'_t \sum_{t+1} w_t} \ , \tag{3.36}$$

kde α je odchylka, která odpovídá konfidenčnímu intervalu normálního či jiného parametrického rozdělení.[14]

3.5.2 Simulace Monte Carlo

Simulace Monte Carlo (dále jen simulace MC) je velmi flexibilním nástrojem měření rizika, je možné ji použít v případě, kdy ostatní numerické metody (myšleno zpravidla analytické, popř. historická) nejsou pro daný případ vhodné.

Jedním ze stěžejních kroků simulace MC je existence tzv. pseudonáhodných čísel. Generování náhodných čísel je možné označit za proces, kdy jsou programem (např. v MS Excelu, funkce analýza dat, generátor pseudonáhodných čísel) vytvořena náhodná čísla. Hodnota těchto čísel náleží do intervalu (0,1), každé i-té číslo je na j-tém nezávislé a neopakující se v daném algoritmu. Je však potřeba aby platilo, že i ≠ j. Sekvence náhodných čísel je jedinečná, tj. při opakujících se pokusech generování náhodných čísel (za totožných podmínek) není možné dosáhnout stejného složení čísel.[15]

Dalším důležitým krokem je výběr vhodného stochastického procesu, kterým je modelován pravděpodobný budoucí vývoj výnosů, cen aktiv, či kurzů měn atp. Jedním z vhodných procesů je Brownův proces nebo Variance Gamma proces. Simulace MC je poté konstruována na bázi předpokladu rizikových faktorů jednotlivých procesů, viz kapitoly (3.2.2) a (3.2.3).

[14] Viz Value at Risk, P. Jorion (2007).
[15] Viz Value-at-Risk Models, C. Alexander (2008).

Hodnota VaR na základě simulace MC je poté vyčíslena dle výše uvedeného vztahu (3.36).

Tato metoda je nejsnazší z uvedených, získaný výsledek by měl být srovnatelný jako při aplikování normální lineární VaR metody.

3.5.3 Historická metoda

Historická metoda neboli model historické simulace je metodou neparametrickou, která blíže nespecifikuje rozdělení rizikových faktorů. Je založena na historických datech, konstrukce VaR je prováděna na bázi převádění historického vývoje do současnosti. Historický vývoj portfolia aktiv je dán obdobným vztahem, vztahu v části (2.3.2) a to:

$$\Pi_T = \sum_j w_{T,j} P_{T,j} \text{ za podmínky } j = 1,...,T, \tag{3.37}$$

váhami w_T proměnnou jsou specifikovány aktuální hodnoty vah (podílů) daných aktiv portfolia, $P_{T,j}$ je označena cena aktiv(a) v čase *T*. Uvedeným výnosem (3.37) není stanoven výnos aktuálního portfolia, snaží se pouze popsat historii hypotetického portfolia přeneseného na současnost.

Metoda je někdy také nazývána jako tzv. metoda šněrování („bootstrapping“), neboť jejím důležitým předpokladem je aplikace současného (aktuálního) rozdělení na historická data, postrádá však jakékoli nahrazení. Jednotlivé k-scénáře jsou vyčísleny z historických dat – t-pozorování.

Dále je možné si vyjádřit hodnotu portfolia v čase *T+1*, která je dána hodnotami vycházejícími z minulých hodnot aktiv (portfolií). Hodnota portfolia je vyjádřena vztahem:

$$\Pi_{T+1}^{(i)} = \sum_j w_{T,j} P_{T,j} \frac{P_{i,j}}{P_{i-1,j}}, \; i = \{1,...,T\}, \tag{3.38}$$

kde $\Pi_{T+1}^{(i)}$ vyjadřuje hodnotu portfolia v období *T+1*, zlomkem $\frac{P_{i,j}}{P_{i-1,j}}$ je naznačen aktuální výnos aktiv(a) v čase. Hodnota VaR, počítaná z cen aktiv (portfolia), v následujícím dni je vyčíslena na základě vztahu:

$$VaR(T, T+1) = \ln \frac{\Pi_{T+1}^{(k)}}{\Pi_T}, \tag{3.39}$$

kde *k* představuje zvolený kvantil.[16]

---

[16] Viz Value-at-Risk, C. Alexander (2008).

K aplikaci zmíněné metody pro výpočet hodnoty VaR je zapotřebí velké množství historických dat, historická metoda je do jisté míry intuitivní.

3.6 Kritérium Expected Shortfall

Dalším používaným kritériem pro měření rizika aktiv (portfolia) je tzv. Expected Shortfall (ES), někdy nazýváno jako podmíněné VaR (CVaR). Měření rizika pomocí ES má větší vypovídací schopnost než VaR, neboť pomocí VaR nejsme schopni změřit rozsah mimořádné (neočekávané) ztráty.

Jinými slovy VaR udává pouze hladinu neočekávané ztráty, tzn. neinformuje nás o tom, jaká bude ztráta za předpokladu překročení této úrovně. Zatímco ES udává konkrétní hodnotu ztráty, při překročení dané vyčíslenou hodnotou VaR. Pomocí ES jsme tedy schopni riziko popsat komplexněji než při použití jedné ze zmiňovaných VaR metod. Metoda ES se řadí mezi koherentní míry rizika, splňuje podmínku subaditivity, kterou VaR postrádá. Je tedy možné zkonstatovat, že metoda ES je vhodnější k měření rizika, zejména při posuzování rizikovosti alokace regulatorního a ekonomického kapitálu.

Matematické vyjádření ES vychází z předpokladu, že proměnná *X*, která označuje diskontovaný h-denní výnos, je dána vztahem:

$$VaR_{h,\alpha} = -x_\alpha \,, \qquad (3.40)$$

kde x_α stanoví α neboli kvantil rozdělení proměnné X, za předpokladu $P(X < x_\alpha) = \alpha$.

ES je poté možné vyčíslit podle vztahu:

$$ES_\alpha(X) = -E(X \mid X < x_\alpha). \qquad (3.41)$$

Vztahem (3.41) získáme hodnotu podmíněného očekávání, hodnotu ES určíme následně tak, že vztah (3.41) vydělíme pravděpodobností váženou průměrem hodnot X, které jsou nižší než x_α z pravděpodobnosti $P(X < x_\alpha) = \alpha$. Avšak $P(X < x_\alpha) = \alpha$ platí za předpokladu, že X je funkcí hustoty $f(x)$ vyjádřenou vztahem:

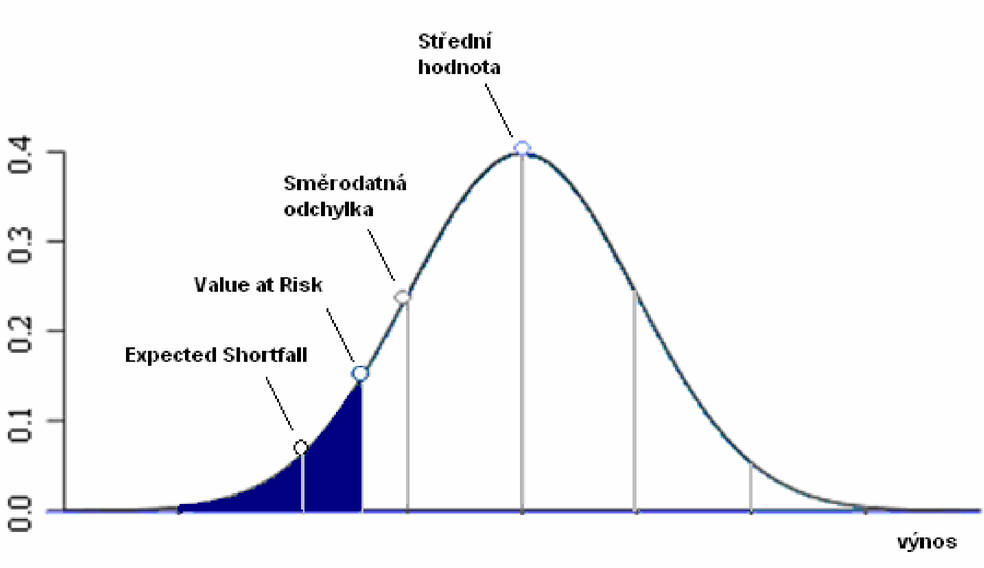
$$ES_\alpha(X) = -\alpha^{-1} \int_{-\infty}^{x_\alpha} x f(x) dx \,. \qquad (3.42)$$

3.7 Porovnání VaR a ES

Jak již bylo zmíněno, kritérium ES je schopno zajistit lepší míru rizika právě proto, že zde uvažujeme také extrémní hodnoty na konci rozdělení.

ES je vhodnější kritériem, neboť na rozdíl od obecné VaR metody, podporuje diverzifikaci. Nevýhodu můžeme spatřovat v tom, že postup výpočtu je relativně méně snadný než u kritéria VaR a také, že výsledek je složitější na interpretaci. Další nevýhodou může být nesnadnost zpětného testování.

V následujícím grafu je na normálním rozdělení zobrazeno jak kritérium VaR, tak i kritérium ES, dále jsou zobrazeny rizikové faktory – střední hodnota a směrodatná odchylka aktiva (portfolia aktiv). Hladina významnosti je přitom stanovena hodnotou 95 %.



Graf 3.1 Graf zobrazující kritéria měření rizika

Zdroj: http://www.risksvr.com/doc/hlp/market/absolute_value-at-risk.html

Z grafu (3.1) je patrné, že hodnotu ES získáme jako průměrnou hodnotu VaR, která je v grafu vyznačena souvisle vyplněným úsekem.

4 Vyčíslení míry rizika portfolia vybrané finanční instituce

Předmětem této části diplomové práce je analýza míry tržního rizika daného portfolia finanční instituce. Konkrétně tržního rizika pro bankovní instituci na úrovni Basel II, respektive pro pojišťovnu dle kritérií Solvency II. Tržní riziko u těchto institucí bude počítáno na bázi metody Value at Risk (3.4), přičemž pro Basel II je regulátorem povolená hladina pravděpodobnosti ztráty na úrovni 1 % a dobou držení obchodního portfolia banky 10 dní, pro Solvency II je hodnota pravděpodobnosti ztráty pro solventností kapitálový požadavek stanovena úrovní 0,5 % a dobou držení 252 dní, resp. minimální kapitálový požadavek je stanoven na úroveň 15ti %, doba držení je totožná. V práci je dále využito metody Expected Shortfall (3.6), pomocí níž vypočtené výsledky interpretujeme také z jiného, alternativního pohledu.

4.1 Vstupní údaje

Pro výpočet hodnoty tržního rizika uvedených institucí bylo zapotřebí sestavení vhodného portfolia, resp. vhodných portfolií. Byly použity časové řady patnácti akciových titulů, konkrétně se jedná o ceny akcií za 1001 obchodních dnů, které jsou obchodovány na hlavním trhu Newyorské burzy. Vstupními údaji byly tedy ceny akcií v jednotlivých letech (tzn. konkrétně 1001 dnů, resp. 1000 výnosů).

V tabulce (4.1) jsou uvedeny názvy všech vybraných akcií, jejich označení, měna a nominální hodnota.

Název akciového titulu	Označení	Měna	NH (USD)
Hadera Paper	*AIP*	USD	1,00
B+H Ocean Carriers	*BHO*	USD	1,00
Birks & Mayors	*BMJ*	USD	1,00
Hyperdynamics Corporation	*HDY*	USD	1,00
Hooper Holmes	*HH*	USD	1,00
iParty Corp	*IPT*	USD	1,00
IVAX Diagnostics	*IVD*	USD	1,00
Crystallex International	*KRY*	USD	1,00
Mountain Province Diamonds	*MDM*	USD	1,00
Presidential Realty Corporation - class B	*PDL.B*	USD	1,00
Pyramid Oil Company	*PDO*	USD	1,00
Quest Capital Corporation	*QCC*	USD	1,00
Rae Systems	*RAE*	USD	1,00
Rexahn Pharmaceuticals	*RNN*	USD	1,00
Tiens Biotech Group (USA)	*TBV*	USD	1,00

Tabulka 4.1 Vstupní údaje (akciové tituly)

Z cen akcií v jednotlivých dnech, byly dále počítány spojité výnosy podle vzorce (2.1). Pro každý akciový titul byla poté vyčíslena střední hodnota výnosu, dle vzorce (2.2), rozptyl dle vzorce (2.3) a směrodatná odchylka akcie dle vzorce (2.4). Hodnota základních výše zmíněných rizikových parametrů, jakož i šikmost dle vzorce (2.9) a špičatost, dle (2.10) jednotlivých akcií je uvedena v tabulce (4.2).

Název akcie	$E(R_i)$	$\sigma(R_i)$	K_m	S_m
AIP	0,05%	2,86%	9,31	-0,39
BHO	-0,19%	4,85%	12,34	-0,29
BMJ	-0,20%	6,74%	18,30	1,15
HDY	-0,09%	7,19%	30,44	2,98
HH	-0,08%	6,41%	17,43	-0,95
IPT	-0,06%	8,03%	14,01	-0,04
IVAX	-0,20%	8,62%	43,37	1,26
KRY	-0,22%	7,83%	24,58	1,02
MDM	-0,07%	4,69%	12,67	0,09
PDL.B	-0,21%	4,98%	26,35	-2,64
PDO	0,07%	6,72%	8,12	0,68
QCC	-0,07%	3,44%	5,38	0,13
RAE	-0,14%	5,93%	8,31	0,59
RNN	-0,02%	10,55%	10,31	0,43
TBV	-0,07%	6,27%	12,83	-0,78

Tabulka 4.2 Směrodatná odchylka, střední hodnota výnosu, šikmost a špičatost jednotlivých akcií

Na základě dosavadních poznatků je možné konstatovat, že nejvyššího dosahovaného výnosu při investici výhradně do jednoho aktiva, bychom dosáhli při nákupu akcií PDO, při očekávaném výnosu 0,07 % a rizikovosti investice 6,72 %. Dále je o denních výnosech jednotlivých akcií možné říci, že rozdělení je spíše symetrické, avšak zpravidla znatelně špičatější.

V další části práce je vyčísleno optimální relativní složení subjektivně stanoveného počtu portfolií.

4.2 Stanovení efektivních množin na bázi Markowitzova modelu

Nyní bude za pomoci Markowitzova modelu efektivních množin sestaveno devatenáct portfolií.

Při modelování jednotlivých efektivních portfolií je za potřebí nejdříve nalézt krajní body efektivní množiny, a to konkrétně jeden bod pro tzv. minimální riziko (tj. portfolio A) a druhý pro maximální střední hodnotu výnosu (portfolio B). Poté nalezneme vnitřní body efektivní množiny. Efektivní portfolia byla sestavena za pomocí MS Excelu (funkce řešitel), bylo nutné zformulovat 3 typy úloh a to:

1) Formulace úlohy pro minimální riziko (efektivní portfolio A)

Účelová funkce je určena funkcí

$$\sigma_p \rightarrow \min . \tag{ÚF1}$$

Dále jsou formulovány *omezující podmínky*

$$\sum_i x_i = 1, \text{ pro } i = 1,2,....,N, \tag{P1}$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1,2,....,N, \tag{P2}$$

kde $\sigma_p = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j} = \sqrt{\vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}}$. (R1)

Účelovou funkcí je definována minimální směrodatnou odchylkou portfolia. Podmínka (P1) je stanovena jako součet všech relativních podílu x_i, který je roven 1 (tedy je možné investovat pouze tolik prostředků, kolik je k dispozici). Podmínkou (P2) je podmínkou nezápornosti, resp. není povolen krátký prodej. Rovnicí (R1) je definován výpočet směrodatné odchylky portfolia.

2) Formulace úlohy pro maximální očekávaný výnos (efektivní portfolio B)

Účelová funkce je dána následující funkcí

$$E(R_p) \rightarrow \max . \tag{ÚF2}$$

Jsou definovány příslušné *omezující podmínky*

$$\sum_i x_i = 1, \text{ pro } i = 1,2,....,N, \tag{P1}$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1,2,....,N, \tag{P2}$$

kde $E(R_p) = \sum_i x_i \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E\left(\vec{R}\right)$. (R2)

Účelová funkce vyjadřuje maximální hodnotu očekávaného výnosu při daných omezujících podmínkách. Podmínky (P1) a (P2) jsou přitom totožné s úlohou A. Rovnicí (R2) je definován výpočet střední hodnoty výnosu hledaného portfolia.

Následně je zapotřebí vyjádřit propočet ekvidistantního intervalu středního výnosu portfolií,

$$\textit{ekvidistantní interval} = \frac{E(R_{pB} - E(R_{pA})}{18} . \tag{4.9}$$

Poté je provedeno dopočtení generovaných ekvidistantních bodů $E(R_p)$, pro vnitřní efektivní portfolia (C až S) podle vztahu,

$$E(R_{p\,j} = E(R_{p\,j-1}) + ekvidistantní\ interval. \tag{4.10}$$

3) Formulace úlohy pro vnitřní ekvidistantní body (efektivní portfolia C až S)

Účelová funkce pro vnitřní efektivní portfolia je dána funkcí

$$\sigma_p \rightarrow \min. \tag{ÚF3}$$

Jsou stanoveny *omezující podmínky*

$$\sum_i x_i = 1, \text{ pro } i = 1,2,....,N, \tag{P1}$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1,2,....,N, \tag{P2}$$

$$E(R_p) = E(R_{p-generované}), \tag{P3}$$

kde $$\sigma_p = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j} = \sqrt{\vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}} \tag{R1}$$

$$E(R_p) = \sum_i x_i \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E\left(\vec{R}\right). \tag{R2}$$

Účelovou funkcí je nadefinována minimalizace rizika efektivního portfolia. Podmínky (P1) a (P2) jsou totožné jako ve výše uvedených úlohách. Díky podmínce (P3) je zajištěna rovnost očekávaného výnosu $E(R_p)$ efektivního portfolia a požadované střední hodnoty výnosu $E(R_{p\text{-generované}})$ v ekvidistantním bodě, jež je stanoven předem.

Výše popsaná úloha slouží k nalezení efektivního portfolia pro předem stanovenou hodnotu očekávaného výnosu portfolia.

Dle výše uvedeného bylo vytvořeno 19 portfolií, jejichž přesná struktura je uvedena v příloze 1 této diplomové práce.

Tabulka (4.3) zobrazuje pouze portfolia, která byla vybrána na základě nezáporného výnosu a odpovídající hodnoty rizika. Výhradně s těmito daty je také dále počítáno

Označení akcie	**Struktura efektivních portfolií podle Markowitze (v %)**								
	L	***M***	***N***	***O***	***P***	***Q***	***R***	***S***	***B***
AIP	52,33	55,14	58,11	62,73	67,81	72,75	77,94	55,78	0,00
BHO	1,76	0,76	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
BMJ	0,89	0,35	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
HDY	2,15	2,14	2,07	1,56	0,89	0,18	0,00	0,00	0,00
HH	1,17	1,03	0,84	0,23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
IPT	5,23	5,26	5,26	4,96	4,57	4,16	2,61	0,00	0,00
IVD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
KRY	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MDM	3,31	3,23	2,99	2,07	0,85	0,00	0,00	0,00	0,00

PDL.B	2,79	1,74	0,44	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PDO	13,01	13,53	14,10	14,95	15,92	16,88	18,13	44,22	100,00
QCC	10,73	10,38	9,84	7,66	4,83	1,67	0,00	0,00	0,00
RAE	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
RNN	1,58	1,63	1,70	1,75	1,76	1,76	1,32	0,00	0,00
TBV	4,91	4,81	4,65	4,09	3,37	2,59	0,00	0,00	0,00
Σ	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
$E(R_p)$	*0,01%*	*0,01%*	*0,02%*	*0,03%*	*0,04%*	*0,04%*	*0,05%*	*0,06%*	*0,07%*
σ_p	*1,91%*	*1,97%*	*2,04%*	*2,11%*	*2,21%*	*2,31%*	*2,43%*	*3,22%*	*6,72%*
K_m	6,90	6,95	7,03	7,37	7,73	8,03	8,36	10,04	11,07
S_m	-0,47	-0,46	-0,46	-0,43	-0,39	-0,35	-0,35	0,14	0,67

Tabulka 4.3 Složení efektivních portfolií podle Markowitze (L-B)

Z tabulky (4.3) je zřejmé, že efektivní portfolia jsou označena po řadě písmeny L – S, mezi vybraná zařadíme též portfolio označeno písmenem B. Z tabulky je zřejmá podílová zastoupení jednotlivých akcií v daném portfoliu. Všimněme si také základních rizikových faktorů daných střední hodnotou výnosu, dle (2.11) a směrodatnou odchylkou, dle (2.12). Mimo jiné je zobrazena šikmost a špičatost jednotlivých portfolií.

Z dosavadních předpokladů Markowitzova modelu je možné vyvodit, že portfolio B splňuje, jako krajní portfolio, požadavek maximálního očekávaného výnosu z uvedených portfolií. V případě, že se investor rozhodne vložit prostředky právě a pouze do akcií společnosti Pyramid Oil Company, podstoupí riziko ve výši 6,7225 %, při očekávaném výnosu 0,0669 %. Naopak nejnižší riziko, tj. 1,91 % a nejnižší kladný výnos 0,0058 % bude očekávat v případě investice do portfolia L. Portfolio L bude složeno z procentuálního zastoupení jednotlivých akciových titulů uvedených v tabulce (4.3). Z tabulky je zjevná také struktura, ale i hodnota stěžejních rizikových parametrů dalších portfolií.

V neposlední řadě je z uvedené tabulky (4.3) zřejmá také hodnota doplňujících parametrů, která je určena šikmostí a špičatostí jednotlivých portfolií. Např. U Portfolia L můžeme konstatovat, že rozložení dat je asymetrické, neboť hodnota parametru šikmosti (S_m), dle vzorce (2.9) činí -0,47, dané rozložení dat je spíše špičatější, neboť hodnota parametru špičatosti (K_m), dle vzorce (2.10) je kladná, konkrétně činí 6,90. V následujících částech kapitoly bude pomocí simulace Monte Carlo na bázi aritmetického Brownova procesu a Studentova procesu vyčíslen možný vývoj výnosů akciových portfolií.

4.3 Vyčíslení hodnoty VaR a ES na bázi aritmetického Brownova procesu

V této části bude pozornost věnována simulaci náhodného vývoje výnosů vybraných akciových portfolií, jakož i následnému výpočtu hodnot VaR a ES pro daná portfolia a nastolené regulatorní požadavky bankovní a pojišťovací instituce. Veškeré následující výpočty jsou provedeny za pomocí programu Wolfram Mathematica, verze 7.0. Nástin výpočtů, jednotlivé příkazy atd. v daném programu je uvedeno v příloze 3, této diplomové práce.

4.3.1 Hodnota VaR a ES na bázi simulace Monte Carlo

Nejdříve je za pomocí simulace MC vygenerováno 100 000 náhodných scénářů (část 3.5.2). Datovou základnou pro výpočet je, jak již bylo zmíněno 1001 cen, tj. 1000 denních výnosů.

Hodnota výnosů jednotlivých scénářů byla vyčíslena na spojitém principu, pomocí specifického Wienerova procesu, část (3.5.1), resp. z něj odvozeného aritmetického Brownova procesu, část (3.5.2). Náhodná veličina, jíž je hodnota výnosů v daném dni určena, náleží do normovaného normálního rozdělení N (0;1), blíže v části (2.5.1).

Hodnota VaR a ES pro portfolio L

Pro stanovení hodnoty VaR a ES portfolia jsou z tabulky (4.3) použity odpovídající váhy jednotlivých akcií portfolia, jakož i směrodatná odchylka a očekávaný výnos portfolia L.

V prvním kroku pro zjednodušení předpokládáme nulovou střední hodnotu výnosu portfolia a dobu držení 1 den. Za pomocí simulace MC, pro 100 000 scénářů, jsme vytvořili reziduum pro náhodný vývoj akcií a celou reziduální složku pro každý scénář vývoje vzestupně setřídili. Popsaným způsobem je možné nalézt hodnotu VaR pro 1 den. Konkrétní výpočty hodnot VaR pro1 den na daných hladinách pravděpodobnosti pro portfolio L jsou uvedeny v tabulce (4.4).

<table>
<tr><th colspan="2">Parametr</th><th>Kvantil</th><th>$E(R_p)$</th><th>t (dny)</th><th>σ_p</th><th>VaR*[1]</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Instituce</td><td>Banka</td><td>0,0100</td><td rowspan="3">0</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">0,0191</td><td>0,0443</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Pojišťovna</td><td>0,0050</td><td>0,0494</td></tr>
<tr><td>0,1500</td><td>0,0199</td></tr>
</table>

Tabulka 4.4 VaR pro 1 den (setříděné reziduum)

Z tabulky (4.4) je zřejmé, že hodnota VaR (značeno VaR*[1]) pro obchodní portfolio banky, tzn. pravděpodobnost ztráty tohoto portfolia pro 1 den, činí 0,0443. Obdobně je možná interpretace pravděpodobnosti ztráty pro pojišťovnu, konkrétně pro solventnostní kapitál pro 1 den činí hodnota VaR 0,0494, resp. pro minimální kapitálový požadavek je hodnota rovna 0,0199.

V tabulce (4.5) jsou dále uvedeny výpočty odpovídající konkrétní pravděpodobnosti, pro danou instituci, nadále však předpokládáme nulovou střední hodnotou a k ní odpovídající riziko. Tentokrát však bere v úvahu skutečnou dobu držení portfolií, a to pro banku 10 dní, resp. pojišťovnu v obou případech 252 dní. Hodnota VaR je pro odlišení značena VaR*[2].

Parametr		Kvantil	$E(R_p)$	t (dny)	σ_p	VaR*[2]
Instituce	Banka	0,0100	0	10	0,0191	0,1402
	Pojišťovna	0,0050		252		0,7842
		0,1500		252		0,3164

Tabulka 4.5 VaR pro odpovídající dobu držení

Z tabulky (4.5) je patrné, že změní-li se doba držení z jednoho dne na 10 dní, resp. 252 dní, změní se také hodnota VaR. Je-li $h > 1$[17] (tzn. počet dní větší než jedna), hodnota VaR*[2] je vyčíslena na základě vztahu:

$$VaR^{*2} = VaR^{*1} \cdot \sqrt{h}$$

Můžeme tedy říci, že hodnota VaR*[2] při nulové střední hodnotě a odpovídajícím riziku je při stávající hladině pravděpodobností rovna, pro banku hodnotě 0,1402, pro pojišťovnu 0,7842, resp. 0,3164.

Následující tabulka (4.6) uvádí hodnotu VaR pro odpovídající dobu držení dané instituce dle zákonem stanovených požadavků, do výpočtu je zahrnuta i nenulová střední hodnota výnosu.

Parametr		Kvantil	$E(R_p)$	t (dny)	σ_p	VaR
Instituce	Banka	0,0100	0,0058%	10	0,0191	0,14019
	Pojišťovna	0,0050		252		0,79888
		0,1500		252		0,33114

Tabulka 4.6 VaR pro stanovenou dobu držení a odpovídající výnos portfolia

Na základě hodnot uvedených v tabulce (4.6) konstatujeme, že hodnota ztráty banky bude s pravděpodobností 1 %, při stanovené době držení 10 dní (pro obchodní portfolio), větší nebo rovna 0,14019, dále také, že předpokládaná hodnota zisku pojišťovny bude s pravděpodobností 0,5 % pro časový horizont 252 dní, menší nebo rovna hodnotě 0,79888, resp. menší nebo rovna hodnotě 0,33114 odpovídající minimálnímu kapitálovému požadavku pojišťovny pro období 1 roku.

Pro stanovení výpočtu rozsahu ztráty (zisku), bylo použito metodologie ES. Pro vyčíslení byl aplikován obdobný postup. Dílčí výsledky jsou zachyceny v tabulce (4.7).

Parametr		Kvantil	ES 1 den	ES pro jednotlivé doby držení
Instituce	Banka	0,0100	0,05081	0,26649
	Pojišťovna	0,0050	0,05681	0,90189
		0,1500	0,03068	0,48710

Tabulka 4.7 ES pro 1 den a pro odpovídající dobu držení

[17] Viz Value-at-Risk, C. Alexander (2008)

Na základě tabulky (4.7) můžeme říci, že pomocí metody ES je možné předpokládat i rozsah hodnoty ztráty na určité hladině pravděpodobnosti, neboť metoda ES zachycuje i tzv. těžké konce rozdělení pravděpodobností, které předchozí metodou zachytit nelze.

Konkrétně je možné říci, že ES pro 1 den je pro banku dána rozsahem ztráty ve výši 0,05081 jednotek, resp. pro pojišťovnu 0,05681 a 0,03068 jednotek. ES pro dílčí doby držení, 10 dní u banky a 252 dní pro pojišťovnu, je rovna rozsahu ztráty ve výši 0,26649 jednotek, resp. 0,90189 a 0,48710 jednotek.

Hodnota VaR a Expected Shortfall pro portfolia (M-S a B)

Obdobně je možné vyčíslit hodnotu VaR a ES dalších v úvahu připadajících portfolií. Stěžejní výpočty jsou uvedeny v tabulkách (4.8) a (4.9).

Parametr (metoda)	Portfolio								
	Instituce	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B (1 %)	0,046	0,048	0,043	0,052	0,054	0,057	0,075	0,157
	P (0,5 %)	0,050	0,052	0,054	0,057	0,059	0,062	0,083	0,172
	P (15 %)	0,020	0,021	0,022	0,023	0,024	0,025	0,033	0,070
ES 1 den	B (1 %)	0,052	0,054	0,056	0,059	0,061	0,065	0,085	0,178
	P (0,5 %)	0,057	0,059	0,061	0,063	0,066	0,070	0,092	0,193
	P (15 %)	0,031	0,032	0,033	0,034	0,036	0,038	0,050	0,105

Tabulka 4.8 VaR a ES pro 1 den vybraných portfolií

V tabulce (4.8) je zachycena hodnota VaR a ES obou institucí pro 1 den, pro stávající hladiny pravděpodobností. Je možné konstatovat, že srovnáme-li hodnotu VaR platnou pro 1 den pro pojišťovnu, tj. hodnoty VaR pro MCR a SCR, podle očekávání je hodnota ztráty pro SCR jednotlivých portfolií vyšší než je tomu u MCR. Kupř. hodnota očekávané ztráty na hladině pravděpodobnosti 0,5 % u portfolia (N) je téměř trojnásobně vyšší než činí hodnota ztráty na hladině pravděpodobnosti 15ti %.

Pokud se jedná o hodnotu rozsahu ztráty (ES) tatáž portfolia, vidíme, že je možné nalézt obdobný charakter, co se týče stávajících pravděpodobností daných pro pojišťovnu. Ty jsou pro 0,5% pravděpodobnost určeny rozsahem ztráty ve výši 0,059 jednotek, pro 15ti % pravděpodobnost poté ztrátou ve výši 0,032 jednotek, tedy téměř dvojnásobkem.

Obdobnou logiku je možné spatřit i ve vykazovaných hodnotách ostatních portfolií.

Parametr (metoda)	Portfolio								
		M	N	O	P	Q	R	S	B
$E(R_p)$		0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007
σ_p		0,0197	0,0204	0,0211	0,0221	0,0231	0,0243	0,0322	0,0672
VaR (10 dní, resp. 252)	B (1 %)	0,145	0,153	0,156	0,163	0,170	0,180	0,238	0,496
	P (0,5 %)	0,835	0,883	0,931	0,991	1,050	1,120	1,460	2,903
	P (15 %)	0,359	0,390	0,421	0,456	0,492	0,532	0,681	1,278

ES (10dní, resp. 252)	**B (1 %)**	0,165	0,171	0,177	0,185	0,194	0,204	0,270	0,564
	P (0,5 %)	0,897	0,929	0,961	1,006	1,051	1,108	1,467	3,061
	P (15 %)	0,486	0,504	0,521	0,546	0,570	0,601	0,796	1,660

Tabulka 4.9 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní daných portfolií

Hodnoty v tabulce (4.9) potvrzují, že roste-li doba držení určitého portfolia (ať už je držena bankou či pojišťovnou), hodnota ztráty, ale i rozsah ztráty několikanásobně vzroste.

Z obou zmíněných tabulek je také patrné, že se vzrůstajícím výnosem, resp. se zvyšující se rizikovostí daného portfolia roste i hodnota vyčíslené ztráty a rozsahu na dané hladině pravděpodobnosti za určité období.

Výše zmíněné vyčíslení VaR a ES bylo aplikováno pomocí simulace MC. V další části kapitoly jsou brány v potaz totožné vstupní údaje i použitý proces, ale pro očekávaný vývoj výnosů daných portfolií bude využito analytické metody.

4.3.2 Hodnota VaR a ES na bázi analytické metody

V této části kapitoly se zaměříme na aplikaci další metody VaR a ES. Analogicky bude použito analytické metody.

Předpokládáme totožná vstupní data, ale i totožnou strukturu devíti portfolií, očekávaný výnos i riziko plynoucí z investic do daného portfolia. Dále bereme v úvahu obdobný proces, kterým jsou výnosy portfolií řízeny, tzn. aritmetický Brownův proces a také totožné kapitálové požadavky daných institucí ze strany regulátora.

Hodnota VaR a ES pro portfolia (L-S a B)

V této části jsou uvedeny výpočty hodnot VaR a ES dané jednodenní dobou držení, při stávajících datech portfolií.

V následující tabulce (4.10) jsou shrnuty výpočty platné pro portfolia L-S a B, konkrétně vyčíslení hodnoty VaR a ES. Nejdříve jsou pro zjednodušení uvedeny hodnoty náležící době držení portfolia pro 1 den jak pro banku, tak i pro pojišťovnu.

Parametr (metoda)	**Portfolio**									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B (1 %)	0,044	0,046	0,047	0,049	0,051	0,053	0,056	0,074	0,156
	P (0,5 %)	0,049	0,051	0,052	0,054	0,057	0,059	0,062	0,082	0,172
	P (15 %)	0,020	0,020	0,021	0,022	0,023	0,023	0,025	0,033	0,069
ES 1 den	B (1 %)	0,051	0,052	0,054	0,056	0,059	0,061	0,064	0,085	0,179
	P (0,5 %)	0,055	0,057	0,059	0,061	0,064	0,066	0,070	0,093	0,194
	P (15 %)	0,030	0,030	0,031	0,033	0,034	0,035	0,037	0,050	0,104

Tabulka 4.10 VaR, resp. ES analytická metoda pro 1 den

Z uvedené tabulky je patrné, že pokud srovnáme hodnotu VaR platnou pro 1 den pro pojišťovnu, tj. opět hodnoty VaR pro MCR a SCR, je hodnota ztráty pro SCR u jednotlivých portfolií vyšší než je tomu u MCR. Srovnáme-li hodnotu očekávané ztráty na hladině významnosti 99,5 % u portfolia (N), vidíme, že je téměř trojnásobně vyšší než činí VaR na hladině významnosti 85 %.

Dále konstatujeme, že ES téhož portfolia při 99,5 %významnosti stanoví rozsah ztráty na 0,059 jednotek, pro 85% hladinu významnosti poté 0,031 jednotek. Rozsah ztráty při 0,05% pravděpodobnosti je, pokud se podíváme na ostatní portfolia, zpravidla dvojnásobný ve srovnání s rozsahem ztráty vyčísleným pro hladinu pravděpodobnosti ve výši 15ti %.

Co se týče banky, můžeme říci, že ES je zpravidla vyšší než stanovená VaR, konkrétně portfolio (N) na hladině pravděpodobnosti 1 % je stanoveno hodnotou 0,047 a ES neboli rozsah ztráty je stanoven ve výši 0,054 jednotek.

Následující tabulka (4.11) stanoví hodnotu VaR i ES pro stávající dobu držení daného portfolia konkrétní instituce. Pokud se podíváme na portfolio (N) můžeme říci, že při daném riziku a výnosu portfolia je potřeba v případě držení portfolia bankou počítat (na hladině 1% pravděpodobnosti) se ztrátou ve výši 0,149. Pokud se jedná o rozsah ztráty, je stanoven na 0,171 jednotek. Obdobná interpretace VaR a ES je při daných pravděpodobnostech platná i pro pojišťovnu a další portfolia.

Parametr (metoda)		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
$E(R_p)$		0,00006	0,00013	0,0002	0,00029	0,00036	0,00044	0,00052	0,00059	0,00067
σ_p		0,00019	0,01972	0,0204	0,02114	0,02206	0,02309	0,02434	0,03223	0,06723
VaR (10 dní, resp. 252)	B(1%)	0,14	0,144	0,149	0,154	0,161	0,168	0,177	0,235	0,492
	P(0,5%)	0,78	0,803	0,831	0,858	0,898	0,937	0,987	1,308	2,738
	P(15%)	0,313	0,322	0,332	0,343	0,358	0,373	0,392	0,521	1,095
ES (10dní, resp. 252)	B(1%)	0,161	0,166	0,171	0,177	0,185	0,193	0,204	0,27	0,564
	P(0,5%)	0,876	0,902	0,933	0,964	1,009	1,053	1,109	1,47	3,076
	P(15%)	0,47	0,484	0,5	0,516	0,54	0,563	0,592	0,786	1,648

Tabulka 4.11 VaR a ES analytická metoda pro 10, resp. 252 dní

Z tabulky (4.11)je také možné vyčíst, že se opět potvrzuje pravidlo, že se zvyšujícím se rizikem daného portfolia roste i ztráta, resp. rozsah ztráty na stanovené hladině pravděpodobnosti.

V následující části jsou uvedeny propočty VaR a ES na bázi Studentova rozdělení, resp. Studentova procesu. Nejdříve je využito metody simulace MC, poté opět metody analytické.

4.4 Vyčíslení hodnoty VaR a ES na bázi Studentova procesu

V této části práce se budeme věnovat náhodnému vývoji výnosů vybraných akciových portfolií a navazujícímu výpočtu hodnot VaR a ES pro daná portfolia a regulatorní požadavky bankovní a pojišťovací instituce.

Důležitá je skutečnost, že pro rozdělení pravděpodobností daných výnosů je použito Studentova rozdělení při nestejném počtu stupňů volnosti. Dále bereme v úvahu totožné rizikové faktory jednotlivých portfolií, tj. směrodatnou odchylku a střední hodnotu výnosu.

Nejprve bude hodnota VaR a ES posuzována pomocí simulace MC, v další části podkapitoly poté metodou analytickou. Nadále je k výpočtu využíváno programu Wolfram Mathematica.

4.4.1 Hodnota VaR a ES na bázi simulace Monte Carlo

Nyní se zaměříme na simulaci náhodných výnosů akcií pomocí Studentova rozdělení. Samotná simulace MC je provedena analogicky s propočty aritmetického Brownova procesu, část (4.3.1). Tentokrát však bylo pro simulaci využito T-rozdělení (2.6.2). Toto rozdělení využívá dvou nezávislých veličin, jednak veličiny, která náleží do normovaného normálního rozložení N (0;1), jak tomu bylo u Brownova procesu, a jednak veličiny, která je součástí tzv. rozdělení chí-kvadrátu (2.5.3). Dále bereme v úvahu různý počet stupňů volnosti, konkrétně 3, 5, 7 a 9. Podle toho se také odvíjí hodnota vyčíslené ztráty, resp. rozsah ztráty (zisku) konkrétního z uváděných portfolií.

Hodnoty VaR a ES pro portfolia budou stanoveny simulací MC a to po řadě počet stupňů volnosti 3, 5, 7 a 9 za použití Studentova rozdělení.

Studentovo rozdělení na bázi simulace MC při třech stupních volnosti

V následujících tabulkách jsou zobrazeny hodnoty VaR a ES stávajících portfolií pro dobu držení 1 dne, pro banku i pojišťovnu.

Metoda	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B (1 %)	0,088	0,090	0,093	0,096	0,102	0,104	0,109	0,145	0,303
	P (0,5 %)	0,112	0,115	0,119	0,121	0,134	0,135	0,142	0,188	0,392
	P (15 %)	0,024	0,025	0,026	0,026	0,028	0,029	0,030	0,040	0,084
ES 1 den	B (1 %)	0,135	0,138	0,141	0,147	0,166	0,161	0,170	0,227	0,474
	P (0,5 %)	0,173	0,174	0,178	0,188	0,217	0,207	0,218	0,293	0,611
	P (15 %)	0,046	0,048	0,050	0,051	0,055	0,055	0,058	0,078	0,163

Tabulka 4.12 VaR a ES pro 1 den portfolií L-S a B při Studentově rozdělení, 3 stupně volnosti

Tabulka (4.12) vypovídá o hodnotách VaR a ES, které přísluší daným portfoliím. Bereme-li v úvahu stále portfolio (N), všimněme si, že je hodnota VaR platná pro 1 den pro pojišťovnu, tj. např pro SCR u jednotlivých portfolií vyšší než je tomu u MCR. Srovnáme-li hodnotu očekávané ztráty na hladině významnosti 99,5 % u portfolia (N) je téměř čtyřnásobně vyšší než činí VaR na hladině významnosti 85 %.

Dále konstatujeme, že ES téhož portfolia, při 99,5% významnosti je stanovena rozsahem ztráty ve výši 0,178 jednotek, pro 85% hladinu významnosti poté 0,050 jednotkami. Rozsah ztráty při 0,05% pravděpodobnosti je, pokud se podíváme na ostatní portfolia řízena Studentovým rozdělením, stupněm volnosti 3, zpravidla čtyřnásobný ve srovnání s rozsahem ztráty vyčísleným pro hladinu pravděpodobnosti 15ti %.

Co se týče banky, můžeme říci, že hodnota ES je také obvykle vyšší než stanovená hodnota VaR, konkrétně pro dané portfolio (N) na hladině pravděpodobnosti 1 %, činí 0,093 a ES pro totožnou hladinu pravděpodobnosti je stanoven ve výši 0,141 jednotek.

Následující tabulka (4.13) stanoví hodnotu VaR i ES pro stávající dobu držení daného portfolia konkrétní instituce.

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
$E(R_p)$		0,00006	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007
σ_p		0,00019	0,0197	0,0204	0,0211	0,0221	0,0231	0,0243	0,0322	0,0672
VaR (10/ 252 dní)	B(1%)	0,277	0,287	0,295	0,305	0,327	0,333	0,351	0,465	0,964
	P(0,5%)	1,787	1,863	1,946	1,995	2,216	2,247	2,382	3,132	6,390
	P(15%)	0,393	0,426	0,464	0,489	0,535	0,566	0,610	0,790	1,506
ES(10/ 252 dní)	B(1%)	0,428	0,435	0,447	0,466	0,525	0,511	0,538	0,719	1,500
	P(0,5%)	2,745	2,765	2,833	2,985	3,444	3,279	3,456	4,648	9,696
	P(15%)	0,735	0,758	0,788	0,806	0,866	0,880	0,928	1,240	2,586

Tabulka 4.13 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní pro totožná portfolia, T-rozdělení, 3 stupně volnosti

Bereme-li v úvahu totožné portfolio (N) je možné říci, že při daných rizikových parametrech portfolia, je hodnota VaR při pravděpodobnosti 1 % menší nebo rovna hodnotě 0,295. Pokud se jedná o rozsah ztráty, je stanoven na 0,447 jednotek. Obdobná interpretace VaR a ES je při daných hladinách pravděpodobností platná i pro pojišťovnu, velmi podobně také pro další portfolia.

Studentovo rozdělení na bázi simulace MC při pěti stupních volnosti

V dále uváděných tabulkách (4.14) a (4.15) jsou konkretizovány výpočty pro hodnoty VaR a ES pro 1 den, za vyžití totožného rozdělení, tentokrát s 5ti stupni volnosti. Vyčíslení VaR, resp. ES posléze také pro odpovídající doby držení s tímtéž počtem stupňů volnosti.

Metoda	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,064	0,067	0,069	0,071	0,074	0,078	0,082	0,110	0,228
	P(0,5 %)	0,077	0,081	0,084	0,083	0,088	0,094	0,098	0,131	0,271
	P(15 %)	0,022	0,023	0,024	0,024	0,026	0,027	0,028	0,037	0,078
ES 1 den	B(1 %)	0,085	0,090	0,093	0,092	0,098	0,102	0,107	0,145	0,300
	P(0,5 %)	0,101	0,106	0,110	0,108	0,117	0,118	0,125	0,171	0,352
	P(15 %)	0,037	0,039	0,040	0,041	0,043	0,045	0,048	0,064	0,133

Tabulka 4.14 VaR a ES pro 1 den, Studentovo rozdělení, 5 stupňů volnosti

V případě tabulky (4.14) je zřejmé, že portfoliu (N) na rozdíl od rozdělení se třemi stupni volnosti (tabulka 4.12) tatáž metody přísluší nepatrně nižší hodnoty sledovaných kritérií měření rizika. Konkrétně např. ve srovnání jednodenního držení bankovního portfolia je VaR vyčíslena na dané pravděpodobnosti ztrátou větší nebo rovnou hodnotě 0,093, přičemž nyní je to 0,069. ES pro jeden den pro tutéž instituci je rovno 0,093 jednotek v případě 5ti stupňů volnosti, v případě předchozím bylo rovno 0,141 jednotkám.

Obdobná interpretace hodnot VaR a ES portfolií je vhodná jak pro pojišťovací instituci, při stávajících hladinách pravděpodobností, tak i pro další portfolia z pohledu doby držení portfolia bankou.

Parametr (metoda)	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
$E(R_p)$		0,00006	0,00013	0,00021	0,00029	0,00036	0,00044	0,00052	0,00059	0,00067
σ_p		0,00019	0,01972	0,02039	0,02114	0,02206	0,02309	0,02434	0,03223	0,06723
VaR (10/ 252)	B(1%)	0,203	0,215	0,221	0,226	0,237	0,252	0,266	0,354	0,728
	P(0,5%)	1,240	1,324	1,388	1,395	1,481	1,597	1,680	2,224	4,468
	P(15%)	0,364	0,396	0,430	0,459	0,498	0,533	0,576	0,742	1,406
ES (10/ 252)	B(1%)	0,270	0,284	0,294	0,291	0,310	0,322	0,338	0,458	0,947
	P(0,5%)	1,606	1,679	1,754	1,713	1,852	1,879	1,985	2,714	5,585
	P(15%)	0,595	0,621	0,642	0,658	0,690	0,719	0,760	1,017	2,113

Tabulka 4.15 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní, Studentovo rozdělení, 5 stupňů volnosti

Tabulka (4.15) sleduje vývoj hodnoty VaR a ES pro odpovídající dobu držení v závislosti na druhu instituce a investici do portfolií L-B po řadě.

Srovnatelně s tabulkou (4.13) jsou v návaznosti na tabulku (4.15) vyjádřené hodnoty VaR a ES u konkrétního portfolia (N) srovnatelně nižší. Kupř. u portfolia pojišťovny při hladině významnosti 99,5 % je hodnota VaR nyní rovna 1,388. V téměř totožném případě (rozdíl v počtu stupňů volnosti) je výše hodnoty VaR vyčíslena na 1,946.

Při vymezení ES je rozsah ztráty pojišťovny na hladině 99,5 % při 5ti stupních volnosti rovna 1,754 jednotek, což je také méně, než když bereme v úvahu ES totožného portfolia vypočtenou na základě Studentova rozdělení se 3mi stupni volnosti, kdy ES je stanoveno výší 2,833 jednotek.

Obdobně je tomu u dalších portfolií, ať už interpretuje hodnoty platné pro pojišťovnu či banku, při stávající v úvahu připadající hladině pravděpodobnosti a tomu odpovídajícímu výší zisku (ztráty).

Pro další srovnání jsou uvedeny výpočty pro Studentovo rozdělení se 7mi volnosti.

Studentovo rozdělení na bázi simulace MC při sedmi stupních volnosti

V níže uvedených tabulkách (4.16) a (4.17) uvádím výpočty pro totožná portfolia, přičemž se u daného typu rozdělení nadále mění pouze počet stupňů volnosti.

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,057	0,060	0,061	0,064	0,067	0,069	0,073	0,098	0,202
	P(0,5 %)	0,067	0,070	0,072	0,075	0,077	0,088	0,085	0,114	0,237
	P(15 %)	0,021	0,022	0,023	0,024	0,025	0,026	0,027	0,036	0,075
ES 1 den	B(1 %)	0,071	0,074	0,077	0,080	0,082	0,086	0,091	0,122	0,253
	P(0,5 %)	0,082	0,085	0,088	0,091	0,093	0,098	0,104	0,139	0,290
	P(15 %)	0,035	0,036	0,037	0,039	0,040	0,042	0,044	0,059	0,123

Tabulka 4.16 VaR a ES 1 dne, Studentovo rozdělení, 7 stupňů volnosti

Parametr (metoda)		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
$E(R_p)$		0,00006	0,00013	0,00021	0,00029	0,00036	0,00044	0,00052	0,00059	0,00067
σ_p		0,00019	0,01972	0,02039	0,02114	0,02206	0,02309	0,02434	0,03223	0,06723
VaR (10 dní, resp. 252)	B(1%)	0,180	0,190	0,196	0,205	0,214	0,222	0,237	0,316	0,646
	P(0,5%)	1,072	1,139	1,196	1,255	1,321	1,393	1,483	1,951	3,937
	P(15%)	0,352	0,388	0,415	0,449	0,487	0,519	0,562	0,725	1,355
ES (10dní, resp. 252)	B(1%)	0,226	0,235	0,243	0,251	0,261	0,272	0,289	0,386	0,800
	P(0,5%)	1,296	1,346	1,396	1,438	1,481	1,551	1,656	2,211	4,596
	P(15%)	0,551	0,576	0,591	0,619	0,641	0,666	0,705	0,939	1,945

Tabulka 4.17 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní, Studentovo rozdělení, 7 stupňů volnosti

Jak bylo zmíněno, i nyní se výsledky uvedené v tabulkách (4.16) a (4.17) liší od předchozích (4.14) a (4.15) zejména použitým stupněm volnosti. Zpravidla je možné vyčíst velmi obdobné hodnoty portfolia (N) u pojišťovny, banky, ale i dalších dílčích portfolií.

Můžeme říci, že hodnoty VaR a ES (pro dobu držení 1 dne, ale i dobu odpovídající regulacím) jsou opět nižší než tomu bylo u nižšího počtu stupňů volnosti.

Pro dokreslení situace jsou sledovaná kritéria měření rizika zobrazena také na Studentově rozdělení s 9ti stupni volnosti.

Studentovo rozdělení na bázi simulace MC při devíti stupních volnosti

Na základě vypočtených hodnot VaR a ES, patrné z tabulek (4.18) a (4.19) vyplývá, že se určující kritéria jak bylo očekáváno, opět ještě snížily.

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,053	0,056	0,058	0,060	0,062	0,064	0,068	0,091	0,189
	P(0,5 %)	0,061	0,064	0,067	0,068	0,072	0,025	0,078	0,105	0,219
	P(15 %)	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024	0,204	0,266	0,036	0,074
ES 1 den	B(1 %)	0,065	0,068	0,070	0,073	0,076	0,079	0,083	0,111	0,232
	P(0,5 %)	0,073	0,077	0,079	0,082	0,085	0,089	0,094	0,126	0,262
	P(15 %)	0,033	0,035	0,036	0,037	0,039	0,040	0,042	0,057	0,118

Tabulka 4.18 VaR a ES 1 dne, Studentovo rozdělení, 9 stupňů volnosti

Parametr (metoda)		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
$E(R_p)$		0,00006	0,00013	0,00021	0,00029	0,00036	0,00044	0,00052	0,00059	0,00067
σ_p		0,00019	0,01972	0,02039	0,02114	0,02206	0,02309	0,02434	0,03223	0,06723
VaR(10/ 252dní)	B(1 %)	0,169	0,179	0,184	0,192	0,201	0,250	0,220	0,293	0,606
	P(0,5 %)	0,983	1,052	1,111	1,154	1,241	1,419	1,370	1,813	3,638
	P(15 %)	0,347	0,379	0,409	0,442	0,479	0,640	0,552	0,715	1,349
ES(10/252 dní)	B(1 %)	0,205	0,216	0,223	0,230	0,240	0,208	0,264	0,352	0,735
	P(0,5 %)	1,157	1,220	1,261	1,301	1,351	1,287	1,496	1,997	4,165
	P(15 %)	0,530	0,553	0,569	0,591	0,619	0,511	0,674	0,901	1,879

Tabulka 4.19 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní, Studentovo rozdělení, 9 stupňů volnosti

Neoddiskutovatelnou skutečností zůstává, že použijeme-li pro rozdělení pravděpodobností výnosů portfolií Studentovo rozdělení s co největším počtem stupňů volnosti, tzn. co možná nejvyšší kladné hodnoty z intervalu $(-\infty;+\infty)$, bude dosahováno mírnějších ztrát na daných hladinách pravděpodobností, jak u kritéria VaR, tak i u ES.

Jinými slovy, v praxi bylo dokázáno, že při stanovení rozdělení pravděpodobností pomocí simulace MC, které podléhá Studentově procesu, je pro výpočet VaR i ES méně finančně náročný vyšší počet stupňů volnosti.

4.4.2 Hodnota VaR a ES na bázi analytické metody

V této podkapitole je pro vyčíslení daných kritérii pro měření rizika využito analytické metody VaR, dále také metody ES.

Předpokládáme stávající vstupní data, totožnou strukturu konkrétních portfolií. Je aplikován Studentův proces, nadále bereme v úvahu stejné kapitálové požadavky daných institucí ze strany regulátora.

V rámci této části kapitoly jsou opět vyčísleny hodnoty VaR a ES jednotlivých portfolií. Jak bylo řečeno, výnosy jsou řízeny stávajícím, dříve využitým procesem a daným souvisejícím rozdělením, přičemž se mění pouze aplikovaný počet stupňů volnosti, tzn. nadále je používáno počtů 3, 5, 7 a 9.

Studentovo rozdělení na bázi analytické metody při třech stupních volnosti

V následujících tabulkách jsou zobrazeny hodnoty VaR a ES stávajících portfolií pro dobu držení jednoho dne, pro banku i pojišťovnu.

Metoda	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,087	0,089	0,092	0,096	0,100	0,104	0,110	0,146	0,305
	P(0,5 %)	0,112	0,115	0,119	0,123	0,128	0,134	0,142	0,188	0,392
	P(15 %)	0,024	0,025	0,025	0,026	0,027	0,028	0,030	0,040	0,083
ES 1 den	B(1 %)	0,134	0,138	0,143	0,148	0,154	0,161	0,170	0,225	0,470
	P(0,5 %)	0,170	0,176	0,181	0,188	0,196	0,205	0,216	0,287	0,598
	P(15 %)	0,039	0,044	0,049	0,05	0,053	0,054	0,056	0,072	0,149

Tabulka 4.20 VaR a ES pro 1 den, Studentovo rozdělení, 3 stupně volnosti, AM

Z tabulky (4.20) je zřejmá hodnota VaR a ES, která přísluší stávajícím portfoliím při použití analytické metody na bázi Studentova rozdělení, procesu se 3mi stupni volnosti.

V úvahu bereme tatáž portfolio (N), jak tomu bylo u konstrukce pomocí simulace MC na daném rozdělení a procesu. Při hodnocení bankovního portfolia obvykle platí, že ES je vyšší než stanovená VaR, konkrétně pro dané portfolio (N) na hladině pravděpodobnosti 1 % je ztráta stanovena hodnotou 0,092 a ES pro totožnou hladinu pravděpodobnosti je vyčísleno na 0,143 jednotek.

Všimněme si také skutečnosti, že hodnota VaR platná pro 1 den pro pojišťovnu, tj. kupř. pro MCR a SCR, je dána hodnotou ztráty pro SCR u jednotlivých portfolií nadále vyšší než u MCR. Srovnáme-li hodnotu očekávané ztráty na hladině významnosti 99,5 % u portfolia (N) , je téměř čtyřnásobně vyšší než činí VaR na hladině pravděpodobnosti 85 %.

Dále je také možné říci, že ES téhož portfolia, při 99,5% hladině významnosti, je stanovena rozsahem ztráty ve výši 0,181 jednotek, pro 85% hladinu významnosti 0,049 jednotkami. Rozsah ztráty při 0,05% hladině pravděpodobnosti je, pokud se podíváme na ostatní portfolia řízena Studentovým rozdělením, se 3mi stupni volnosti, zpravidla čtyřnásobně nižší ve srovnání s rozsahem ztráty vyčísleným pro 15% hladinu.

Tabulka (4.21) zachycuje hodnotu VaR i ES pro regulátory danou dobu držení určitého portfolia konkrétní instituce.

Metoda	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR (10 dní, resp. 252)	B(1%)	0,274	0,283	0,292	0,303	0,316	0,330	0,348	0,461	0,963
	P(0,5%)	1,376	1,826	1,887	1,956	2,040	2,134	2,249	2,979	6,223
	P(15%)	0,378	0,389	0,401	0,415	0,432	0,451	0,475	0,630	1,323
ES (10dní, resp. 252)	B(1 %)	0,423	0,436	0,451	0,467	0,487	0,510	0,537	0,712	1,487
	P(0,5 %)	2,122	2,788	2,881	2,987	3,115	3,260	3,436	4,550	9,500
	P(15 %)	0,732	0,749	0,781	0,799	0,857	0,876	0,919	1,235	2,498

Tabulka 4.21 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní, Studentovo rozdělení, 3 stupně volnosti , AM

V případě, že hodnotíme tatáž portfolio (N) držené bankou, je možné říci, že při daných rizikových parametrech portfolia, je hodnota VaR na hladině 1% pravděpodobnosti rovna ztrátě ve výši 0,292. Pokud se jedná o rozsah ztráty vybraného portfolia, je stanoven na výši 0,451 jednotek.

Obdobná interpretace VaR a ES je při daných pravděpodobnostech platná i pro pojišťovnu, podobně také pro další portfolia.

Pro srovnání bude dále uvedena analytická metoda výpočtu, při 9ti stupních volnosti Studentova rozdělení.

Studentovo rozdělení na bázi analytické metody při devíti stupních volnosti

V prvním kroku je opět nejdříve uvedena tabulka vyčíslených hodnot VaR a ES, které jsou pro danou instituci a příslušné portfolio, pro zjednodušení, počítány pouze na 1 den.

Metoda	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,054	0,056	0,057	0,059	0,062	0,065	0,068	0,090	0,189
	P(0,5 %)	0,062	0,064	0,066	0,068	0,071	0,079	0,079	0,104	0,218
	P(15 %)	0,021	0,022	0,022	0,023	0,024	0,025	0,026	0,035	0,021
ES 1 den	B(1 %)	0,066	0,068	0,070	0,073	0,076	0,079	0,084	0,111	0,232
	P(0,5 %)	0,075	0,077	0,080	0,082	0,086	0,090	0,095	0,125	0,262
	P(15 %)	0,030	0,032	0,034	0,036	0,038	0,039	0,040	0,049	0,11

Tabulka 4.22 VaR a ES pro 1 den, t rozdělení, 9 stupňů volnosti, AM

Srovnáme-li tabulky (4.22) s hodnotami vyčíslenými pro 9 stupňů volnosti a (4.20) pro 3 stupně volnosti, je zřejmé, že portfoliu (N), přísluší téměř dvojnásobně nižší hodnoty sledovaných kritérií měření rizika. Kupř. ve srovnání jednodenního držení bankovního portfolia je VaR na dané hladině pravděpodobnosti vyčíslena ztrátou 0,092, přičemž nyní je to 0,057. ES pro jeden den pro tutéž instituci je rovno 0,070 jednotek v případě 9 stupňů volnosti a v případě předchozím bylo rovno 0,143 jednotkám.

Obdobná interpretace hodnot VaR a ES portfolií je vhodná jak pro pojišťovnu, při stávajících hladinách pravděpodobnosti, tak i pro další portfolia z pohledu doby držení bankou.

Dalším krokem je vyčíslení vybraných kritérií za předpokladu existence konkrétní regulace příslušející daným institucím.

Metoda	Portfolio									
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR (10 dní, resp. 252)	B(1 %)	0,17	0,176	0,181	0,188	0,196	0,205	0,216	0,286	0,598
	P(0,5 %)	0,985	1,015	1,048	1,086	1,132	1,262	1,248	1,653	3,457
	P(15 %)	0,333	0,342	0,353	0,365	0,379	0,396	0,417	0,553	0,333
ES (10dní, resp. 252)	B(1 %)	0,209	0,215	0,222	0,231	0,24	0,251	0,265	0,351	0,734
	P(0,5 %)	1,185	1,223	1,263	1,309	1,364	1,427	1,504	1,992	4,164
	P(15 %)	0,52	0,542	0,564	0,584	0,601	0,498	0,639	0,793	1,868

Tabulka 4.23 VaR a ES pro 10, resp. 252 dní, Studentovo rozdělení, 9 stupňů volnosti

Z tabulky (4.23) je zřejmé, že vyčíslené hodnoty kritérií jsou při použití Studentova rozdělení s 9ti stupni volnosti několikanásobně nižší než tomu bylo u totožného rozdělení, se 3mi stupni volnosti. Je tedy možné konstatovat, že se zvyšujícím se počtem stupňů volnosti, klesá i ztráta na daných hladinách pravděpodobností.

Výpočty hodnot VaR a ES na bázi analytické metody při použití 5ti a 7mi stupních volnosti, jsou uvedeny v obdobně konstruovaných tabulkách. Ty jsou součástí přílohy 2 této diplomové práce. Interpretaci výsledků je možné provést analogicky k dříve uvedeným, kupř srovnáním s tabulkou se 3mi stupni volnosti při použití analytické metody, na bázi Studentova rozdělení.

V následující části kapitoly bude uvedeno srovnání aritmetického Brownova procesu a Studentova procesu v rámci analytické metody a simulace MC.

4.5 Komparace aritmetického Brownova a Studentova procesu

V dalších podkapitolách, jak již bylo zmíněno, bude provedena komparace použitých procesů, tj. aritmetického Brownova a Studentova procesu. Bude srovnán aritmetický Brownův a Studentův proces v rámci analytické, ale i simulační metody. Poté bude následovat porovnání samotného aritmetického a Studentova procesu.

4.5.1 Srovnání analytické a simulační metody za předpokladu aritmetického Brownova procesu

V níže zkonstruované tabulce je zachycena hodnota VaR a ES na regulátorem stanovené době držení portfolia a tomu odpovídající hladině pravděpodobnosti, ať už se jedná o pojišťovací či bankovní instituci.

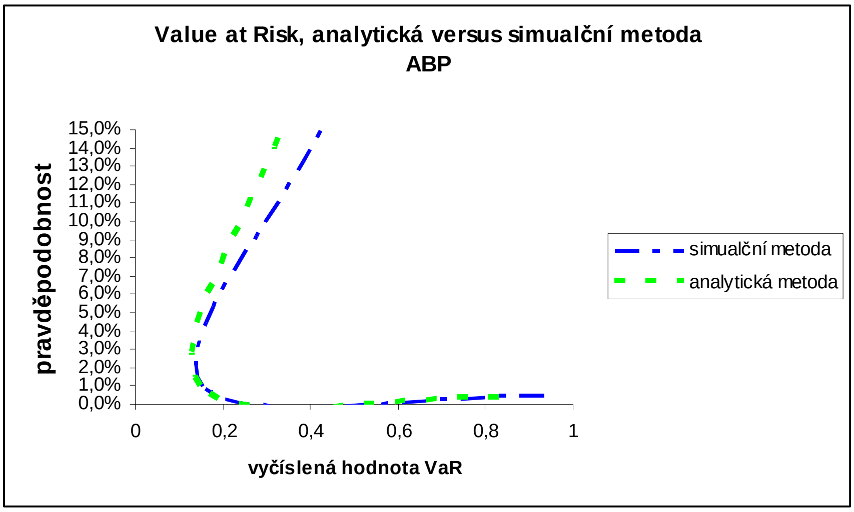
Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Metoda	
		simulace MC	analytická
VaR	B(1 %)	0,156	0,149
	P(0,5 %)	0,931	0,831
	P(15 %)	0,421	0,332
ES	B(1 %)	0,177	0,171
	P(0,5 %)	0,961	0,933
	P(15 %)	0,521	0,500

Tabulka 4.24 Srovnání simulační a analytické metody, portfolio N

V rámci tabulky (4.24) jsou zobrazeny hodnoty VaR a ES, ale zejména je z ní patrný rozdíl v použití dané metody. Můžeme konstatovat, že investovala-li by banka do vybraného portfolia, tedy akcií v daném portfoliu (N) by byli součástí konkrétně jejího obchodního portfolia, hodnota VaR, neboli hodnota ztráty při 99% pravděpodobnosti by za pomocí simulační metody činila 0,156. Naproti tomu, při použití analytické metody bychom byli nuceni podstoupit možnou ztrátu danou hodnotou větší nebo rovnou 0,149. Je tedy možné konstatovat, že u simulační metody by banka byla vystavena větší neočekávané ztrátě (v rámci obchodního portfolia).

Dále je z tabulky (4.24) možné vypozorovat, že hodnota rozsahu ztráty banky v případě daného portfolia by měla, na úrovni dané pravděpodobnosti za pomocí simulační metody, činit 0,177, resp. 0,171 jednotek při použití analytické metody.

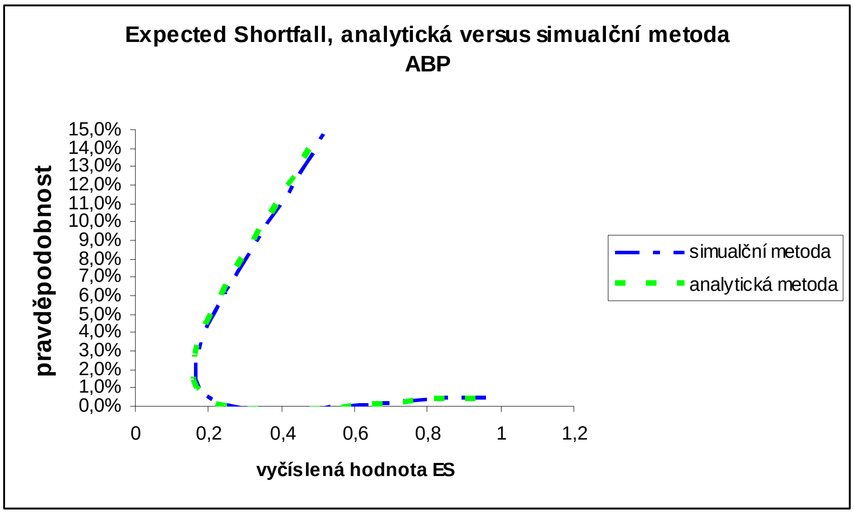
Situaci vyčíslených hodnot náležících jednotlivým pravděpodobnostem jsou zobrazeny i v následujících grafech. Graf (4.1) zachycuje hodnoty VaR aritmetického Brownova procesu, v grafu (4.2) jsou poté naznačeny hodnoty ES pro aritmetický Brownův proces.



Graf 4.1 VaR - analytická a simulační metoda, ABP

Zdroj: vlastní zpracování

Z grafu (4.1) je patrné, že hodnota ztráty, VaR, na daných hladinách pravděpodobnosti je při použití simulační metody vyšší než je tomu v případě aplikace metody analytické.



Graf 4.2 ES – analytická a simulační metoda, ABP

Zdroj: vlastní zpracování

Z grafu (4.2) je zřejmé, že hodnota ES vyčíslená na různých hladinách pravděpodobností je za předpokladu užití analytické metody obdobně nižší než je tomu při užití simulační metody. Je ale také patrné, že obě metody se ve výsledku velmi neodlišují.

Obdobná interpretace hodnocení kritérií měření rizika platí i pro pojišťovací instituci.

4.5.2 Srovnání analytické a simulační metody za předpokladu Studentova procesu s různým počtem stupňů volnosti

Hodnoty výše zmíněných kritérií, tj. VaR a ES budou nyní srovnány analogicky s podkapitolou (4.5.1), s rozdílem použití Studentova procesu o různých počtech stupňů volnosti. Kritéria budou srovnávána v rámci totožného portfolia (N), s přihlédnutím k aktuální regulaci, kterými jsou vybrané instituce podrobeny.

Nyní bude provedena komparace jednotlivých metod a vyčíslených kritérií v rámci jednoho stupně volnosti.

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Metoda	
		simulace MC	analytická
VaR	B(1 %)	0,295	0,292
	P(0,5 %)	1,946	1,887
	P(15 %)	0,464	0,401
ES	B(1 %)	0,447	0,467
	P(0,5 %)	2,833	2,987
	P(15 %)	0,788	0,753

Tabulka 4.25 Srovnání simulační a analytické metody, St.rozdělení [3], portfolio N

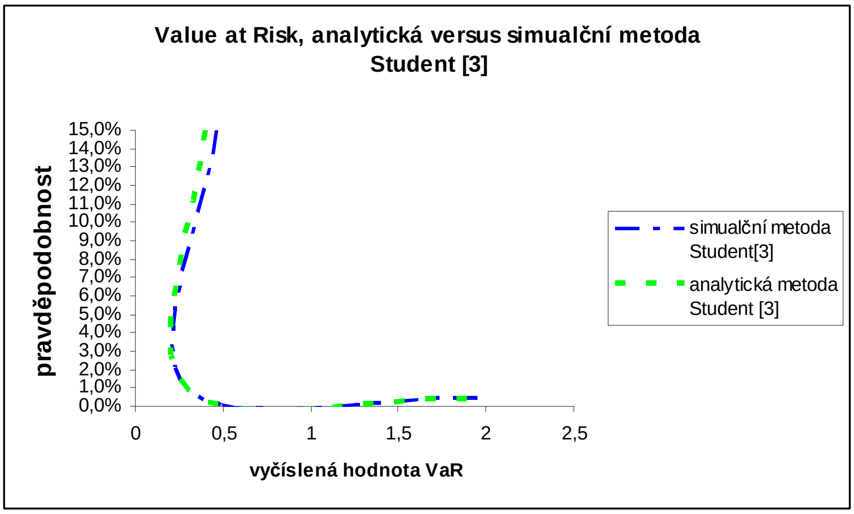
V tabulce (4.25) jsou uvedeny vypočtené hodnoty VaR a ES, které přísluší, simulační a analytické metodě podložené Studentovým rozdělením se 3mi stupni volnosti.

Konkrétně je patrné, že hodnotíme-li riziko SCR pojišťovny, je potřeba počítat na dané hladině pravděpodobnosti s možnou ztrátou ve výši 1,946 (simulace MC), popř. 1,887 (analytická metoda). Pokud se jedná o MCR pak bychom investicí do portfolia N měli brát na zřetel ztrátu v hodnotě 0,447 na základě výpočtů simulace MC (resp. 0,467 pomocí analytické metody).

Kritérium ES je pro SCR, za jinak stejných podmínek, stanoveno výší rozsahu ztráty 2,833, resp. 2,987 jednotkami. Při stanovení MCR je rozsah ztráty vyčíslen pomocí simulace MC ve výši 0,788 jednotek, v rámci analytické metody byla vyčíslena ztráta ve výši 0,753 jednotek.

Podobně by bylo možné zhodnotit vyčíslení ztráty obchodního portfolia banky.

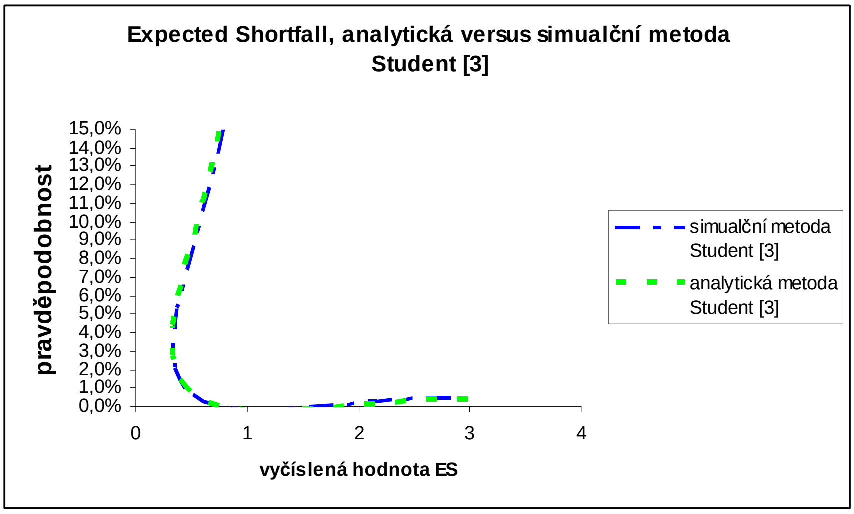
Z následujících grafů (4.3) a (4.4) je možné číselně popsanou situaci potvrdit. Graf (4.3) zobrazuje očekávanou ztrátu při různých pravděpodobnostech a obou použitých metodách.



Graf 4.3 VaR – analytická a simulační metoda, Student [3]

Zdroj: vlastní zpracování

Z uvedeného grafu (4.3) můžeme konstatovat, že vyšší vyčíslená ztráta na daných hladinách pravděpodobnosti se jeví při použití simulační metody. Dále následuje graf (4.4), který popisuje vývoj ES.



Graf 4.4 ES – analytická a simulační metoda, Student [3]

Zdroj: vlastní zpracování

Na základě situace popsané grafem (4.4) vidíme, že také hodnota ES se za pomocí analytické metody vyvíjí zpravidla příznivěji, než je tomu u metody simulační. V této chvíli je ale nutné konstatovat, že obě metody dokazují téměř totožné výsledky.

Srovnání v rámci dalších stupňů volnosti je uvedeno v příloze 4 této diplomové práce.

4.5.3 Srovnání aritmetického Brownova a Studentova procesu

V této části je provedena komparace aritmetického Brownova a Studentova procesu na vybraném portfoliu (N). V souvislosti s daným procesem se odvíjí i vyčíslená hodnota VaR a ES, která je zobrazena v následující tabulce (4.26).

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Aritmetický Brownův proces		Studentův proces [3]	
		Metoda			
		simulační	analytická	simulační	analytická
VaR	B(1 %)	0,156	0,149	0,295	0,292
	P(0,5 %)	0,931	0,831	1,946	1,887
	P(15 %)	0,421	0,332	0,464	0,401
ES	B(1 %)	0,177	0,171	0,447	0,451
	P(0,5 %)	0,961	0,933	2,833	2,881
	P(15 %)	0,521	0,500	0,788	0,753

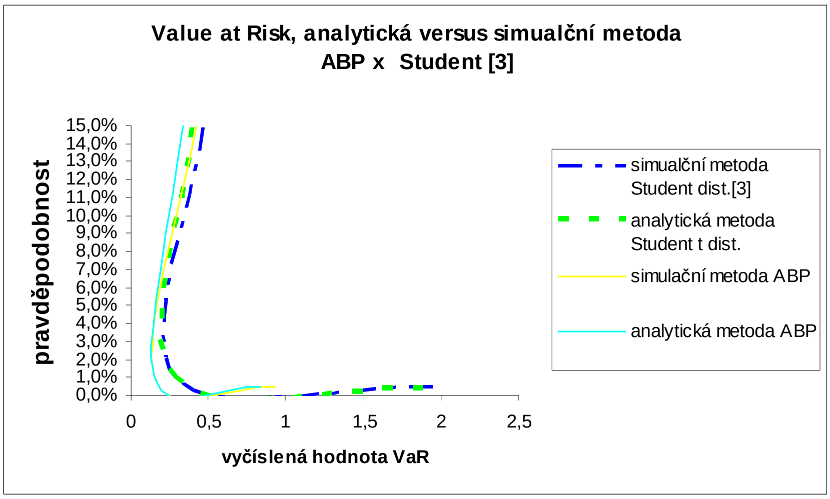
Tabulka 4.26 Srovnání ABP a Studentova procesu [3] na portfoliu N

Z tabulky (4.26) je patrné, že hodnoty vyčíslené za předpokladu aritmetického Brownova procesu a Studentova procesu se 3mi stupni volnosti se zpravidla podstatně liší.

Kupř. pokud srovnáme simulační metodu obou procesů, je možné říci, že měření rizika pomocí VaR či ES, ať už hodnotíme bankovní či pojišťovací instituci, se liší velmi značně. U VaR při použití simulační metody je hodnota pravděpodobnosti ztráty obchodního portfolia dle aritmetického Brownova procesu ve výši 0,156, zatímco u Studentova procesu je to až 0,295. V případě, že budeme simulační metodou srovnávat ES, potom je jednoznačné, že se potvrzuje dříve zmíněné. Resp., hodnota rozsahu ztráty banky v rámci obchodního portfolia je ve výši 0,177 jednotek u aritmetického Brownova procesu, resp. 0,447 jednotek u Studentova procesu.

Obdobně to platí i u metody analytické, např. hodnota pravděpodobnosti ztráty VaR na hladině pravděpodobnosti 0,5 % činí 0,831 při aritmetickém Brownově procesu, zatímco u Studentova procesu s daným počtem stupňů volnosti je to až 1,887. Hodnota rozsahu ztráty, ES, je pro tuto pravděpodobnost rovna 0,961 jednotkám pro aritmetický Brownův proces, resp. 2,881 jednotkám u daného Studentova procesu.

Uvedené skutečnosti potvrzují také grafy (4.5) a (4.6), které naznačují vývoj hodnot VaR a ES při daných hladinách pravděpodobností, za použití obou procesů.

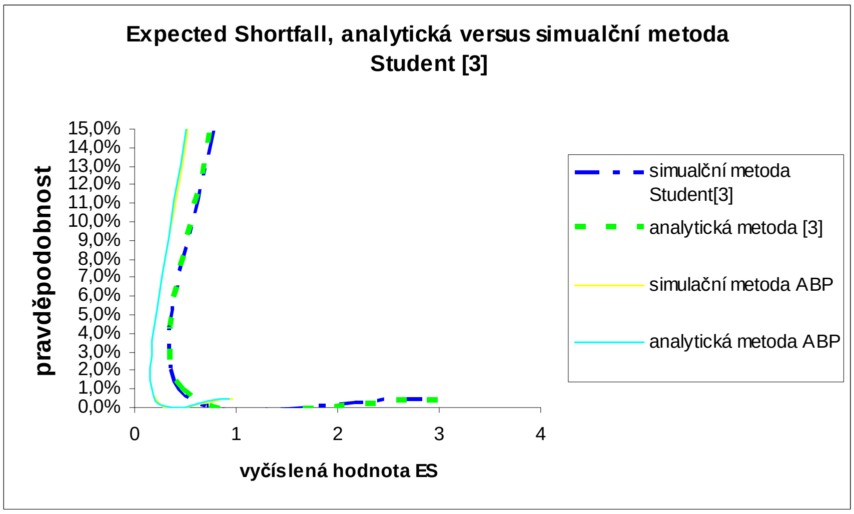


Graf 4.5 VaR – analytická a simulační metoda, ABP verus Student [3]

Zdroj: vlastní zpracování

Graf (4.5) vypovídá o hodnotách VaR vyčíslených na základě analytické a simulační metody, při použití rozdílných procesů. Konkrétně je možné konstatovat, že hodnota VaR při daných pravděpodobnostech se vyvíjí zpravidla příznivěji při použití analytické metody, dále nižší ztráty je dosahováno při rozdělení výnosů řízeného aritmetickým Brownovým procesem.

V grafu (4.6) je zdokumentován vývoj situace stávajících předpokladů, nyní jsou zobrazeny hodnoty ES.



Graf 4.6 ES – analytická a simulační metoda, ABP verus Student [3]

Zdroj: vlastní zpracování

Z grafu (4.6) můžeme vyvodit, že nadále platí skutečnost, že při použití analytické metody u obou procesů je možné pozorovat nižší hodnotu rozsahu ztráty (ES) než je tomu při aplikaci metody simulační. Dále konstatujeme, že za předpokladu užití aritmetického Brownova procesu (analytické metody) je dosaženo nejnižšího rozsahu ztráty.

Další výpočty a srovnání obou procesů je obsahem přílohy 5 této diplomové práce.

Na základě zmíněných výpočtů a grafického zobrazení bylo zjištěno, že KP na tržní riziko u jednotlivých institucí, za předpokladu existence určitých pravděpodobností daných regulátorem, se na bázi aritmetického Brownova procesu vyvíjí příznivěji, tzn. jsou nižší než je tomu při Studentově procesu s různými počty stupňů volnosti. Dále bylo prokázáno, že při aplikaci analytické metody je dosahováno nižších ztrát, resp. rozsahu ztráty, než je tomu u simulační metody.

Je možné také potvrzení teoretického předpokladu , že použitím analytické metody je dosahováno přesnějších (příznivějších) výsledků. Je to dáno zejména tím, že mezi stěžejní předpoklady této metody náleží také normální, popř. Studentovo rozdělení výnosů. V případě, že by byl aplikován kupř. Variance gamma proces (rozdělení), nebylo by možné tuto metodu použít, neboť analytická metoda slouží výhradně k hodnocení parametrických normálních rozdělení. V tomto případě bychom použili pouze metodu simulační, která je velmi flexibilní a dalo by se říci ve většině případů univerzální.

5 Závěr

Existuje nesčetné množství různorodých faktorů, s nimiž se daný subjekt potýká a je velmi důležité, aby se s nimi také patřičně dokázal vyrovnat. Faktory jsou na tomto místě vnímány jako jednotlivá rizika, kterým je daný subjekt vystaven. V bankovnictví a pojišťovnictví se jedná zejména o riziko tržní, úvěrové, jakož i další pro danou oblast specifická rizika. Kupříkladu se může jednat o pojistné riziko v pojišťovnictví, nebo riziko obchodní připadající v úvahu v oblasti bankovnictví.

Cílem diplomové práce bylo především vyčíslení míry rizika portfolia vybrané finanční instituce, přičemž byl kladen důraz na existenci a následné dopady tržního rizika na případnou hodnotu ztráty jak pojišťovací, tak i bankovní instituci.

Tržní riziko je riziko, které ovlivňuje zpravidla všechny typy subjektů, které na trhu působí. Jedná se o tzv. systematické riziko, jemuž je možné se bránit nebo jej alespoň do značné míry eliminovat pomocí zajištění. Práce je proto zaměřena na správnou identifikaci a následné vyčíslení tržního rizika z pohledu banky a pojišťovny, v závislosti na stanovených portfoliích.

Obsahem první kapitoly teoretické části je zejména klasifikace finančních rizik, které výše zmíněné instituce ovlivňují. V oblasti bankovnictví se setkáváme s řadou finančních rizik, zejména s rizikem tržním, které můžeme dále členit na riziko úrokové, měnové, komoditní a akciové, někdy je do této skupiny možné přiřadit i riziko opční. Banky, ale i pojišťovny jsou mimo jiné vystaveny riziku úvěrovému, operačnímu, likvidnímu, ale i dalšími riziky, jež jsou pro dané odvětví specifické. Poté jsou v této kapitole popsány základní parametry, pomocí nichž je možné dané riziko snadno vyčíslit, zejména se jedná o střední hodnotu výnosu, směrodatnou odchylku, ale i méně standardní parametry, kterými jsou šikmost a špičatost. V práci jsou dále uvedeny možnosti sestavení efektivních portfolií na bázi Markowitzova, Blackova nebo Tobinova finančního modelu. Jsou specifikována také vybraná pravděpodobnostní rozdělení dat, konkrétně Gaussovo neboli normální rozdělení, rozdělení Chí-kvadrát a Studentovo rozdělení.

Ve druhé kapitole teoretické části je kladen důraz na metody řízení finančních rizik, zejména je zde pojednáváno o regulaci finančních rizik bank a pojišťoven. Zatímco bankovnictví došlo ke zpřísnění regulace implementací dohody Basel II, v pojišťovnictví hovoříme o zavedení legislativního rámce v podobě Solvency II. Je provedeno také vzájemné srovnání obou regulatorních rámců. V návaznosti jsou dále specifikovány náhodné procesy, je rozebrán Wiesnerův proces, z něhož vychází aritmetický Brownův proces a proces Studentův.

Je uveden tzv. Lévyho model, který spojuje prvky Wienerova a Poissonova procesu, jakož i Variance gamma model, který je obdobou parametrického Lévyho modelu. V závěru této části jsou uvedeny možnosti měření rizika, ať už se jedná o odvození a specifikaci kritéria Value at Risk nebo Expected Shortfall, či další alternativní míry rizika. V kapitole je také pouzkázáno na jednotlivé metody Value at Risk, konkrétně analytickou, historickou metodu a simulační metodu Monte Carlo.

Praktická část byla věnována konkrétnímu vyčíslení míry rizika jednotlivých portfolií v rámci dané finanční instituce. Výchozími údaji byli historické časové řady patnácti vybraných akcií, konkrétně se jednalo o 1001 denních cen jednotlivých akciových titulů, přičemž v prvním kroku byly sestaveny denní výnosy na spojitém přístupu. Na základě spojitých výnosů byly vypočteny základní parametry jednotlivých akcií, tj. směrodatná odchylka a střední hodnota výnosu a dále byla pro dílčí akcie vyčíslena šikmost a špičatost. V dalším kroku bylo na bázi Markowitzova přístupu a za pomocí aplikace Řešitel v MS Excelu vytvořeno devatenáct portfolií, z nichž dle stanoveného výnosu a rizika bylo pro další výpočet vybráno devět nejvhodnějších. S těmito portfolii bylo dále, za pomocí programu Wolfram Mathematica, stanovena míra rizika dle kritérií Value at Risk a Expected Shortfall. Výnosy portfolií byly posuzovány na základě aritmetického Brownova a Studentova procesu. Na oba procesy byla aplikována jak simulační, tak i analytická metoda výše zmíněných kritérií, jimiž je riziko ztráty, příp. zisku vhodné popsat.

Při výpočtech bereme v potaz skutečnost, že regulatorní požadavek pro Value at Risk a Expected Shortfall pro bankovní instituci, konkrétně obchodní portfolio činí 1 %, zatímco pro pojišťovnictví v rámci solventnostního kapitálu je stanovena hodnota pravděpodobnosti ztráty na úrovni 0,5 %, resp. minimálního kapitálu na úroveň 15 %. Bylo tedy zjištěno, že v případě, že jsou výnosy daného portfolia řízeny pomocí Studentova procesu se zvyšujícím se počtem stupňů volnosti, ztráta na dané hladině pravděpodobnosti se snižuje. Pokud bychom hodnotili, vzájemné srovnání aritmetického Brownova procesu a procesu Studentova, ztráta vyčíslená na bázi aritmetického Brownova procesu je dosti podstatně nižší, než je tomu u procesu zmíněného.

V případě komparace jednotlivých použitých metod, míněno simulační metody Monte Carlo a metody analytické, je možné zpravidla ve všech případech konstatovat, že dle propočtů pomocí analytické metody je pro danou instituci ztráta či rozsah dané ztrátou na určité pravděpodobnosti dosti podstatně nižší než je tomu u metody simulační. Nadále platí skutečnost, že v rámci analytické metody jsou příznivější výsledky dosahovány při aritmetickém Brownově procesu.

V dnešní době existuje celá řada možností, jak finanční rizika měřit. Zejména se jedná o skutečnost, že v daném případě je důležité, dle jakého procesu (rozdělení) se aktiva vyvíjí. Možnou alternativou by bylo použití Variance gamma procesu, který předpokládá vyšší momenty pravděpodobnostního rozložení. Doplněním by také mohla být aplikace další, v teoretické části specifikována, metoda historického odhadu.

Seznam použité literatury

Knihy a publikace

[1] ALEXANDER, C.*Market Risk Analysis*: *Value-at-Risk Models.* 4th ed. Chichester: John Wiley and Sons Ltd., 2008.449 p. ISBN 978-0-470-99788-8.

[2] BACON, CARL R.*Practical Portfolio Performance Measurement.*1st ed. Chichester: John Wiley and Sons Ltd., 2004.225 p. ISBN 978-0-470-85679-6.

[3] HULL, J.*Risk management and financial institutions.*1st ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2007.500 p. ISBN 0-13-239790-0.

[4] JÍLEK, J.*Finanční rizika.*1. vyd. Praha: Grada Publishing, spol. s r.o., 2000.640 s. ISBN 80-7169-579-3.

[5] JORION, P.*Financial Risk Management Handbook.* 3rd ed. New York: Wiley, 2005.768 p. ISBN 0-47197621-0.

[6] JORION, P.*The New Benchmark for Managing Financial Risk: Value at Risk.* 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2007.602 p. ISBN 978-0-07-146495-6.

[7] PRIGENT, Jean-L.*Portfolio Optimalization and Performance Analysis.* 7th ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2007.434 p. ISBN 978-1-58488-578-8.

[8] TICHÝ, T.*Finanční deriváty.*1. vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2006.172 s. ISBN 80-248-1180-4.

[9] ZMEŠKAL, Z. a kol.*Finanční modely.* 2. vyd. Praha: Ekopress, s. r. o., 2004.236 s. ISBN 80-86119-87-4.

Elektronické zdroje

[10] *Ceny akciových titulů* [online]. 2010 [cit. 2010-02-23]. Dostupný z WWW: <www.nyse.com/about/listed/lc_altus_overview.shtml>.

[11] *Kritéria měření rizika* [online]. 2010 [cit. 2010-04-10]. Dostupný z WWW: <http://www.risksvr.com/doc/hlp/market/absolute_value-at-risk.html>.

[12] *Rozdělení pravděpodobností chí-kvadrátu* [online]. 2010 [cit. 2010-03-10]. Dostupný z WWW:<http://en.wikipedia.org/wiki/Chi-square_distribution>.

[13] *Studentovo rozdělení pravděpodobností* [online]. 2010 [cit. 2010-03-10]. Dostupný z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Student%27s_t-distribution>.

[14] *Struktura Basel II* [online]. 2010 [cit. 2010-03-18]. Dostupný z WWW: <http://www.virbusgame.eu/virbus/mediawiki/index.php/Basel_II_Risk_Management>.

[15] *Struktura Solvency II* [online]. 2010 [cit. 2010-03-15]. Dostupný z WWW: <http://cfuc.vse.cz/media/cfuc/2006/cfuc_2006-03_127.pdf>.

Zákonné normy

[16] Zákon č. 277/2009 Sb. o pojišťovnictví.

[17] Směrnice Solvency II z roku 2009.

[18] Vyhláška č. 303/2004 Sb.

Seznam zkratek a symbolů

ABP – aritmetický Brownův proces

ALM – riziko Asset/Liability mismatch

AM – analytická metoda

BFSR - Bank Financial Strength Rating

Basel II – Basilejská kapitálová dohoda

BCA – „Baseline úvěrové hodnocení

ES – kritérium Expected Shortfall

KP – kapitálová přiměřenost

MCR – minimální kapitálový požadavek

SCR – solventnostní kapitálový požadavek

simulace MC – simulace Monte Carlo

Solvency II – Lamfussyho legislativa

VaR – kritérium Value at Risk

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 29 dubna 2010

……………………………………………

Zuzana Kmeťová

Adresa trvalého pobytu studenta:

Na Baranovci 1977/34, Slezská Ostrava

Seznam příloh

Příloha č. 1 Složení všech efektivních portfolií podle Markowitze

Název akcie	Složení efektivních portfolií A - K									
	A	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*
AIP	25,90%	28,48%	31,07%	33,66%	36,25%	38,84%	41,42%	44,11%	46,82%	49,58%
BHO	9,96%	9,18%	8,39%	7,62%	6,83%	6,05%	5,27%	4,42%	3,56%	2,70%
BMJ	5,43%	5,00%	4,57%	4,13%	3,69%	3,25%	2,82%	2,36%	1,88%	1,41%
HDY	1,80%	1,83%	1,87%	1,90%	1,94%	1,98%	2,01%	2,05%	2,09%	2,13%
HH	2,00%	1,93%	1,86%	1,79%	1,73%	1,66%	1,59%	1,50%	1,39%	1,28%
IPT	4,71%	4,77%	4,83%	4,88%	4,94%	5,00%	5,06%	5,10%	5,14%	5,20%
IVAX	2,47%	2,22%	1,95%	1,70%	1,44%	1,18%	0,93%	0,64%	0,34%	0,03%
KRY	2,27%	1,91%	1,54%	1,18%	0,82%	0,45%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%
MDM	3,87%	3,81%	3,76%	3,71%	3,64%	3,58%	3,53%	3,48%	3,44%	3,42%
PDL.B	11,17%	10,39%	9,60%	8,81%	8,03%	7,24%	6,45%	5,58%	4,67%	3,79%
PDO	7,69%	8,23%	8,76%	9,30%	9,83%	10,37%	10,91%	11,44%	11,96%	12,48%
QCC	12,56%	12,41%	12,27%	12,14%	11,99%	11,85%	11,71%	11,49%	11,25%	10,92%
RAE	3,87%	3,51%	3,16%	2,81%	2,46%	2,11%	1,76%	1,37%	0,97%	0,57%
RNN	0,88%	0,95%	1,02%	1,09%	1,16%	1,23%	1,30%	1,37%	1,44%	1,51%
TBV	5,41%	5,37%	5,33%	5,29%	5,25%	5,21%	5,16%	5,10%	5,05%	4,98%
Σ	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Název akcie	Efektivní složení portfolií L - B podle Markowitze								
	L	*M*	*N*	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*B*
AIP	52,33%	55,14%	58,11%	62,73%	67,81%	72,75%	77,94%	55,78%	0,00%
BHO	1,76%	0,76%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BMJ	0,89%	0,35%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
HDY	2,15%	2,14%	2,07%	1,56%	0,89%	0,18%	0,00%	0,00%	0,00%
HH	1,17%	1,03%	0,84%	0,23%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IPT	5,23%	5,26%	5,26%	4,96%	4,57%	4,16%	2,61%	0,00%	0,00%
IVAX	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
KRY	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
MDM	3,31%	3,23%	2,99%	2,07%	0,85%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PDL.B	2,79%	1,74%	0,44%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PDO	13,01%	13,53%	14,10%	14,95%	15,92%	16,88%	18,13%	44,22%	100,00%
QCC	10,73%	10,38%	9,84%	7,66%	4,83%	1,67%	0,00%	0,00%	0,00%
RAE	0,13%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
RNN	1,58%	1,63%	1,70%	1,75%	1,76%	1,76%	1,32%	0,00%	0,00%
TBV	4,91%	4,81%	4,65%	4,09%	3,37%	2,59%	0,00%	0,00%	0,00%
Σ	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Příloha č. 2 Analytická metoda, Studentovo rozdělení s 5ti a 7mi stupni volnosti

Studentovo rozdělení, 5 stupňů volnosti

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,064	0,066	0,068	0,071	0,074	0,077	0,081	0,108	0,226
	P(0,5 %)	0,077	0,079	0,082	0,085	0,089	0,093	0,098	0,129	0,077
	P(15 %)	0,022	0,023	0,023	0,024	0,025	0,026	0,028	0,037	0,077
ES 1 den	B(1 %)	0,085	0,088	0,091	0,094	0,098	0,102	0,108	0,143	0,299
	P(0,5 %)	0,1	0,103	0,107	0,111	0,115	0,121	0,127	0,169	0,352
	P(15 %)	0,032	0,035	0,038	0,039	0,042	0,044	0,047	0,062	0,129

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR (10/252 dní)	B(1 %)	0,203	0,209	0,216	0,224	0,234	0,244	0,257	0,341	0,713
	P(0,5 %)	1,222	1,26	1,302	1,349	1,406	1,471	1,55	2,054	1,222
	P(15 %)	0,35	0,36	0,371	0,383	0,399	0,417	0,438	0,582	1,223
ES (10/252 dní)	B(1 %)	0,269	0,277	0,286	0,297	0,309	0,324	0,341	0,452	0,944
	P(0,5 %)	1,591	1,641	1,696	1,758	1,833	1,918	2,02	2,677	5,592
	P(15 %)	0,589	0,615	0,637	0,547	0,682	0,695	0,744	1,082	2,095

Studentovo rozdělení, 7 stupňů volnosti

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR 1 den	B(1 %)	0,057	0,059	0,061	0,063	0,066	0,069	0,072	0,096	0,201
	P(0,5 %)	0,067	0,069	0,071	0,074	0,077	0,08	0,085	0,112	0,235
	P(15 %)	0,021	0,022	0,023	0,023	0,024	0,025	0,027	0,035	0,075
ES 1 den	B(1 %)	0,072	0,074	0,077	0,079	0,083	0,087	0,091	0,121	0,253
	P(0,5 %)	0,082	0,085	0,088	0,091	0,095	0,099	0,105	0,139	0,29
	P(15 %)	0,032	0,033	0,035	0,038	0,039	0,04	0,041	0,054	0,116

Metoda		Portfolio								
		L	M	N	O	P	Q	R	S	B
VaR (10/252 dní)	B(1 %)	0,181	0,187	0,193	0,2	0,208	0,218	0,229	0,304	0,635
	P(0,5 %)	1,06	1,093	1,129	1,17	1,22	1,276	1,344	1,781	3,724
	P(15 %)	0,338	0,348	0,359	0,371	0,386	0,403	0,424	0,563	1,184
ES (10/252 dní)	B(1 %)	0,228	0,235	0,242	0,251	0,262	0,274	0,289	0,382	0,799
	P(0,5 %)	1,31	1,351	1,395	1,446	1,508	1,577	1,662	2,202	4,602
	P(15 %)	0,55	0,569	0,586	0,609	0,599	0,606	0,689	0,912	1,867

Příloha č. 3 Použité příkazy pro výpočet v programu Wolfram Mathematica

Základní příkazy

- import vstupních data (denních výnosů), pojmenováno „return“,
- váhy, tj. podíly jednotlivých aktiv na vybraných portfolií (L-B), např. „vahy1“ pro 1. označené portfolio,
- výpočet střední hodnoty jednotlivých aktiv označeno ER=Mean [return],
- výnos daného portfolia, označeno RetP1=Dot[vahy1,ER1],
- šikmost aktiva, příkaz Kurtosis[Transpose[return][[1]]], špičatost aktiva, příkaz Skewness[Transpose[return][[1]]],
- šikmost portfolia, na základě příkazů označeno rr=Table[Dot[vahy1,return[[i]]],{i,1,1000}], poté zadání Kurtosis[rr], resp. špičatost Skewness[rr],
- definování směrodatné odchylky portfolia (z výsledků portfolií), např. smodchP1.

Simulace MC (aritmetický Brownův, Studentův proces)

- generování náhodné složky MC simulace pro 100000 scénářů pro normované normální rozdělení: nejdříve pseudonáhodná čísla eps=RandomReal[NormalDistribution[],100000],dále konkrétní scénáře pro dané rozdělení a proces AritmBP=smodchP1*eps
- pro výpočet VaR portfolia je potřeba setřídit ArtimBP, tzn. např. setridenoBP=Sort[AritmBP], poté výpočet ztráty pro úroveň pravděpodobnosti 1 % na 1 den, 0,5 % a 15 %, tj. VaR1000=-setridenoBP[[1000]] atp.,
- VaR na 10 dní VaRbanka=VaR1000*Sqrt[10],
- výpočet ES pro 1 den, kvantil 1 %, např. ESbanka=-Mean[Take[setridenoBP, 1000], resp.ES pro 10 dní, ESbanka10=ESbanka*Sqrt[10]
- VaR při nenulové směrodatné odchylce a střední hodnotě, tj. RetP1*10+VaRbanka, Obdobné příkazy jsou používány i pro Studentův proces, přičemž pro generování náhodných čísel (3 stupně volnosti) je použito příkazu RandomReal[StudentTDistribution[3],100000]

Analytická metoda

Aritmetický Brownův proces

Pro hladinu pravděpodobnosti1 % (banka)

- VaR 1 den

  VaRGaAn=-RetP1gb -smodchP1gb Quantile[NormalDistribution[],0.01],
- VaR 10 dní VaRGaAn*Sqrt[10]
- ES 1 den CVaRGaAn=-

  RetP1gb+smodchP1gbPDF[NormalDistribution[],Quantile[NormalDistribution[],0.01
  ]]/0.01,
- ES 10 dní CVaRGaAn*Sqrt[10]

Dále byly podobným způsobem zadávány jiné hladiny pravděpodobností.

Studentův proces se 3mi stupni volnosti, pro 1% kvantil

- VaR pro 1 den

  VaRStAn=-RetP1st-smodchP1st Quantile[StudentTDistribution[3],0.01]
- VaR pro 10 dní

  VaRStAn10=VaRStAn*Sqrt[10]
- ES pro 1 den

  CVaRStAn=

  -RetP1st+smodchP1st

  (PDF[StudentTDistribution[3],Quantile[StudentTDistribution[3],0.01]]/0.01

  (3+(Quantile[StudentTDistribution[3],0.01])^2)/(3-1))
- ES pro 10 dní

  CVaRStAn10=CVaRStAn*Sqrt[10]

Obdobně byly zadávány příkazy pro další hladiny pravděpodobnosti a také různý počet stupňů volnosti.

Příloha č. 4 Komparace analytické a simulační metody v rámci Studentova rozdělení - 5, 7 a 9 stupňů volnosti, portfolio N

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Metoda	
		simulace MC	analytická
VaR	B(1 %)	0,221	0,216
	P(0,5 %)	1,388	1,302
	P(15 %)	0,430	0,371
ES	B(1 %)	0,294	0,286
	P(0,5 %)	1,754	1,696
	P(15 %)	0,642	0,637

VaR a ES, srovnání AM a simulace MC, Stud. rozdělení [5]

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Metoda	
		simulace MC	analytická
VaR	B(1 %)	0,196	0,193
	P(0,5 %)	1,196	1,129
	P(15 %)	0,415	0,359
ES	B(1 %)	0,243	0,242
	P(0,5 %)	1,396	1,395
	P(15 %)	0,591	0,586

VaR a ES, srovnání AM a simulace MC, Stud. rozdělení [7]

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Metoda	
		simulace MC	analytická
VaR	B(1 %)	0,184	0,181
	P(0,5 %)	1,111	1,048
	P(15 %)	0,409	0,353
ES	B(1 %)	0,223	0,222
	P(0,5 %)	1,261	1,263
	P(15 %)	0,569	0,564

VaR a ES, srovnání AM a simulace MC, Stud. rozdělení [9]

Příloha 5 Srovnání analytické a simulační metody v rámci portfolia N pro oba procesy

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Aritmetický Brownův proces		Studentův proces [5]	
		Metoda			
		simulační	analytická	simulační	analytická
VaR	B(1 %)	0,156	0,149	0,221	0,216
	P(0,5 %)	0,931	0,831	1,388	1,302
	P(15 %)	0,421	0,332	0,430	0,371
ES	B(1 %)	0,177	0,171	0,294	0,286
	P(0,5 %)	0,961	0,933	1,754	1,696
	P(15 %)	0,521	0,50	0,642	0,637

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Aritmetický Brownův proces		Studentův proces [7]	
		Metoda			
		simulační	analytická	simulační	analytická
VaR	B(1 %)	0,156	0,149	0,196	0,193
	P(0,5 %)	0,931	0,831	1,196	1,129
	P(15 %)	0,421	0,332	0,415	0,359
ES	B(1 %)	0,177	0,171	0,243	0,242
	P(0,5 %)	0,961	0,933	1,396	1,395
	P(15 %)	0,521	0,500	0,591	0,586

Kritérium (10 nebo 252 dní)	Regulace dané instituce	Aritmetický Brownův proces		Studentův proces [9]	
		Metoda			
		simulační	analytická	simulační	analytická
VaR	B(1 %)	0,156	0,149	0,184	0,181
	P(0,5 %)	0,931	0,831	1,111	1,048
	P(15 %)	0,421	0,332	0,409	0,353
ES	B(1 %)	0,177	0,171	0,223	0,222
	P(0,5 %)	0,961	0,933	1,261	1,263
	P(15 %)	0,521	0,500	0,569	0,56